

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.8¹⁾

ИЗУЧЕНИЕ КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ КАЧЕНИЯ ШАРА

Цель работы: экспериментальное определение траектории движения и момента инерции металлического шарика при движении его по наклонной плоскости в поле тяжести.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. 5, §5.1–5.6, гл. 10, § 10.1.

2. Савельев И.В. Курс общей физики в 5 томах, т. 1, Механика (5-е изд., 2011), гл.1, §1.1–1.7, гл. 5.

3. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл.1 § 2–4, гл. III §19 гл. V, § 30–36, гл. VI §39-42, гл. VII §44-48.

4. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: специальная установка, стальной шарик, миллиметровая бумага, копировальная бумага, весы.

ВВЕДЕНИЕ

Движение центра твердого тела в поле постоянной силы является равноускоренным. В общем случае, когда телу была сообщена начальная скорость под некоторым углом к ускорению, траектория равноускоренного движения представляет собой параболу. Если поперечная к ускорению составляющая начальной скорости равна нулю, то парабола вырождается в прямую линию.

Рассмотрим движение тела в декартовых координатах X и Y на плоскости. Пусть составляющие начальной скорости $v_{0x}, v_{0y} > 0$, а ускорение $a = a_y < 0$. Траектория, которую описывает в пространстве центр масс в этом случае, является параболой, линия симметрии которой параллельна оси Y (рис. 1.8.1). Координаты центра масс тела изменяются по закону:

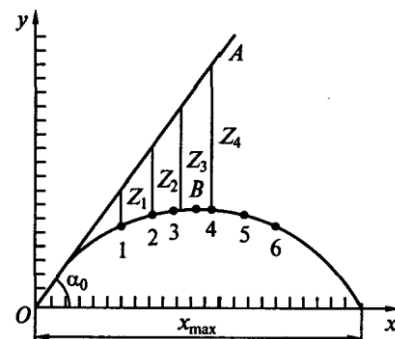


Рис.1.8.1

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}, \quad x = x_0 + v_{0x}t,$$

где x_0, y_0 - координаты начальной точки.

Прямая OA на рис. 1.8.1 соответствует траектории движения центра масс тела в отсутствие постоянной силы ($a_y=0$). Отрезки Z_i определяются разностью $y_0 + v_{0y}t - y$ и равны $a_y t^2 / 2$. Поэтому график $z(t^2)$ есть прямая линия (см. В7 в [4]), из наклона которой к оси абсцисс можно вычислить ускорение a_y . Мгновенный радиус кривизны траектории $R_{кр}$ определяется мгновенными

¹⁾ Описание исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

значениями нормального ускорения a_n и мгновенной скорости v тела в этой точке траектории: $R_{кр} = v^2/a_n$.

Движение твердого тела в поле постоянной силы можно осуществить, заставляя шарик катиться по наклонной плоскости (рис. 1.8.2). При этом вдоль плоскости действует сила $F_y = mg \sin \varphi$, приложенная к центру масс (φ - угол наклона плоскости к горизонту), и сила трения сцепления F_T , приложенная в точке соприкосновения шарика с плоскостью. Если шарик катится без скольжения, то соблюдаются следующие соотношения:

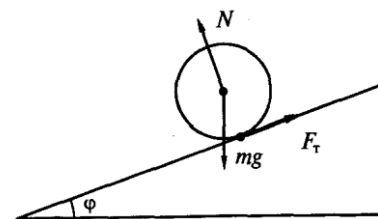


Рис.1.8.2

$$a_y = \alpha r \quad \text{и} \quad I_1 \alpha = mgr \sin \varphi,$$

где a_y - ускорение поступательного движения центра масс шарика; r - радиус шарика; α - угловое ускорение вращательного движения; I_1 - момент инерции шарика относительно мгновенной оси вращения, проходящей через точку касания шарика с наклонной плоскостью.

Из второго уравнения, при известных значениях ускорения поступательного движения центра масс шарика a_y , его массы и радиусе, можно определить его момент инерции относительно мгновенной оси:

$$I_1 = mr^2 g \sin \varphi / a_y.$$

В первой части работы определяются кинематические характеристики движения центра масс металлического шарика, катящегося по наклонной плоскости. Во второй части - по определенному ранее значению ускорения a_y рассчитывается момент инерции шарика и сравнивается с его теоретическим значением.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка (рис. 1.8.3) позволяет получить траекторию движения металлического шарика по наклонной плоскости, а также измерить промежутки времени, в течение которого шарик передвигается от начальной к произвольно выбранной точке траектории.

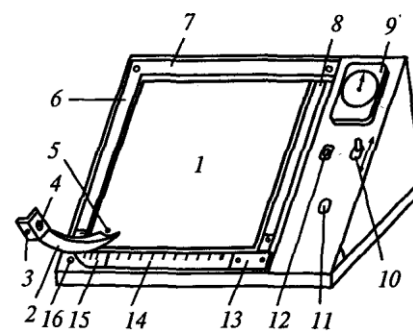


Рис.1.8.3

Рабочая поверхность установки 1 ограничена планками 6, 7, 8, 14. Миллиметровая бумага помещается на рабочей поверхности установки и прижимается откидной планкой 6. Подвижную планку 8 можно передвигать вдоль рабочей поверхности установки и фиксировать в нужном положении стопором 13. Металлический желоб 2 имеет в верхней части держатель 3, на котором устанавливается шарик. С помощью зажимов 4 держатель можно передвигать по желобу, устанавливая шарик на нужной

высоте. Желоб можно вращать вокруг оси, перпендикулярной рабочей поверхности. Нужное положение желоба фиксируется стопором 16. Транспортёр 15 служит для ориентировочного определения направления начальной скорости шарика. Питание установки осуществляется от городской электрической сети с напряжением 220 В. При положении тумблера 10 «Вкл» на панели установки загорается сигнальная лампочка 12. Пуск шарика осуществляется кнопкой 11. При контакте шарика с рабочей поверхностью установки замыкается контакт 5 и включается электрический секундомер 9, отсчитывающий время движения шарика по рабочей поверхности установки. Описывая параболическую траекторию, шарик ударяется о планку 8 или 14. При этом замыкается контакт, вмонтированный в эти планки, и останавливается секундомер.

После нескольких прикидочных пусков шарика миллиметровая бумага, расположенная на рабочей поверхности установки, покрывается копировальной бумагой. Затем осуществляется 10 рабочих пусков шарика, и на миллиметровой бумаге остаётся след траектории движения шарика.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение траектории и ускорения центра масс шарика при его движении по наклонной плоскости.

Получите на миллиметровой бумаге траекторию движения шарика. Выберите на траектории 6 точек. Измерьте для каждой из этих точек координаты y_i , время t_i (подвижная планка (8) в этих измерениях устанавливается вблизи выбранной точки траектории), отрезки $v_{0y}t_i$, а также угол наклона α касательной к траектории в начальной точке. Из этих измерений вычислите средние значения скоростей v_{0x} , v_{0y} и v_0 , также координаты $z_i = v_{0y}t_i - y_i$. Постройте график в координатах $[t^2, z_i]$ (см. В7 в [4]) и определите ускорение движения шарика a_y . Вычислите радиусы кривизны $R_{кр}$ траектории в точках O и B (см. рис 1.8.2) и относительную ошибку их измерения $\varepsilon_{отн}$ (см. В4 в [4]). Значения $x, y, z, t, v_0, v_{0x}, v_{0y}, \alpha, R_{кр}$ и $\varepsilon_{отн}$ внесите в таблицу 1.

Таблица 1

№	x_i , мм	y_i , мм	z_i , мм	t_i , с	v_0 , мм с ⁻¹	v_{0x} , мм с ⁻¹	v_{0y} , мм с ⁻¹	a_y , мм с ⁻²
1								
2								
3								
4								
5								
6								
$R_{кр}$ (в точке O)=_____мм; $\varepsilon_{отн}$ =_____%					$R_{кр}$ (в точке B)=_____мм; $\varepsilon_{отн}$ =_____%			

Задание 2. Определение момента инерции шарика относительно мгновенной оси и оси, проходящей через его центр масс.

Измерьте массу и радиус шарика и угол наклона рабочей поверхности к горизонту. Пользуясь значением a_y , полученным при выполнении задания 1, вычислите момент инерции шарика относительно мгновенной оси вращения I_1 и оси, проходящей через его центр масс I_0 . Рассчитайте теоретические значения I_1 и I_0 . Данные вычислений I_1 , I_0 , и относительные ошибки их косвенных измерения $\varepsilon_{\text{отн}}$ (см. В4 в [4]) внесите в таблицу 2.

Таблица 2

Момент инерции шарика относительно мгновенной оси вращения I_1		Момент инерции шарика относительно оси вращения, проходящей через его центр масс I_0	
Эксперимент	Теория	Эксперимент	Теория
$\varepsilon_{\text{отн}} = \underline{\hspace{2cm}} \%$		$\varepsilon_{\text{отн}} = \underline{\hspace{2cm}} \%$	

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Докажите, что в общем случае центр масс твердого тела, движущегося в поле постоянной силы, описывает параболу. Получите уравнение траектории движения центра масс твердого тела, брошенного под углом к горизонту.

2. Получите формулу для вычисления ускорения центра масс твердого тела по известным значениям максимальной высоты и времени подъема.

3. Получите формулы для вычисления мгновенного радиуса кривизны траектории движения центра масс шарика для начальной точки O и в точке максимального подъема B .

4. Докажите, что при постоянном значении модуля начальной скорости существуют две траектории (навесная и настильная), имеющие одинаковые значения координаты x при $y = 0$. Докажите, что в этом случае имеет место соотношение: $\alpha'_0 = 90 - \alpha_0$, где α'_0 и α_0 - углы наклона касательной в точке O к оси x для настильной и навесной траекторий движения, соответственно.

5. Получите формулу для ускорения движения центра масс шарика при скатывании его по наклонной плоскости, используя закон сохранения энергии. Объясните, почему при этом работа силы трения сцепления не учитывается.

6. Влияет ли сила трения качения на полученные вами результаты? Ответ обоснуйте, проделав необходимые расчеты.

7. Вычислите момент инерции простейших тел: кольца, диска, шара и палочки.