

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.6¹⁾

ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Цель работы: экспериментальное изучение вращательного движения твердого тела с помощью прибора Обербека.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. 5.

2. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл. V, § 30 – 36, гл. VII §44 - 48.

3. Введение в лабораторный практикум.

Приборы и принадлежности: прибор Обербека, секундомер, штангенциркуль, набор гирь, линейка.

ВВЕДЕНИЕ

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси описывается уравнением:

$$I_z \varepsilon = M_z, \quad (1)$$

где I_z - момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси Z , M_z - проекция момента внешних сил на ту же ось, ε - угловое ускорение.

В дальнейшем индекс «z» можно опустить, так как и момент инерции и момент сил рассматриваются относительно оси вращения прибора.

Экспериментальную проверку уравнения (1) можно провести, исследуя зависимость $\varepsilon(M)$ при постоянном I или зависимость $\varepsilon(I)$ при постоянном M .

Если цилиндр радиуса R вращается под действием силы натяжения намотанной на него нити с грузом, опускающимся в поле тяжести, то значение M можно вычислить из измерений высоты h , пройденного грузом m за время движения t как: $M = m(g - a)R$; где $a = 2h/t^2 = \varepsilon R$, откуда

$$M = m \left(g - \frac{2h}{t^2} \right) R \quad \text{и} \quad \varepsilon = \frac{2h}{Rt^2}. \quad (2)$$

Выражение (2) получено без учета сил трения в оси прибора. При учете сил трения (см. работу 1.5):

$$M = (m - \Delta m) R \left(g - \frac{2h}{t^2} \cdot \frac{m}{m - \Delta m} \right), \quad (3)$$

где Δm - масса груза, при котором начинается движение системы.

Опытная проверка основного уравнения динамики вращательного движения твердого тела может быть выполнена на приборе Обербека.

¹⁾ Описание исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Прибор Обербека (рис. 1.6.1) представляет собой крестовину, укрепленную на двойном шкиве. Ось шкива установлена горизонтально и закреплена в подшипниках. Крестовина вращается под действием силы натяжения нити, намотанной на шкив. Изменение момента силы натяжения производится либо с помощью грузов различной массы m , прикрепляемых к свободному концу нити, либо изменением радиуса шкива, на который наматывается нить. Изменение момента инерции прибора достигается передвижением четырех малых тел одинаковой массы m_0 по направляющим крестовины на расстояние l от оси прибора.

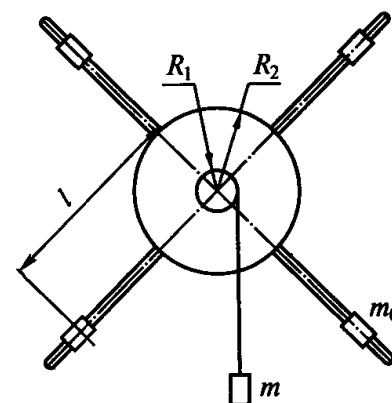


Рис. 1.6.1

Экспериментальную проверку уравнения (1) можно провести двумя способами:

1. При неизменном моменте инерции должно сохраняться соотношение:

$$I = \frac{M_1}{\varepsilon_1} = \frac{M_2}{\varepsilon_2} = \dots \quad (4)$$

2. При постоянной массе груза, подвешенного к нити и неизменном радиусе шкива, должно выполняться соотношение:

$$I_2 - I_1 = 4m_0(l_2^2 - l_1^2), \quad (5)$$

где m_0 – масса каждого из цилиндров на крестовине l_1 и l_2 – расстояния от центров цилиндров до оси вращения в первом и втором случаях, соответственно. Расстояние h , которое проходит груз m во всех опытах одно и то же.

Уравнение (5) легко получить, используя (2) и выражение момента инерции прибора в виде:

$$I = I_0 + 4I_{цил},$$

где I_0 – момент инерции прибора без грузиков-цилиндров, $I_{цил}$ – момент инерции грузика-цилиндра, рассчитываемый по теореме Штейнера: $I_{цил} = I_{0_{цил}} + m_0 l^2$, где $I_{0_{цил}}$ – момент инерции грузика-цилиндра относительно оси, проходящей через его центр масс и параллельной оси прибора Z .

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Исследование зависимости $\varepsilon(M)$.

В этом задании грузики-цилиндры с крестовины необходимо снять. Измерьте штангельциркулем радиусы шкивов R_1 и R_2 (не менее трех раз в разных местах каждого шкива), линейкой выбранную высоту h от пола (около 1 м), на весах массы двух грузов (m_1 и m_2) и контейнера для грузов (m_k)

и запишите их значения в тетради. Затем определите в присутствии инженера значения Δm_1 и Δm_2 (см. условие (3)) для шкивов R_1 и R_2 , соответственно.

Прикрепите к концу нити контейнер для грузов. Проведите измерения времени движения грузов t для трех значений массы грузов ($m=m_1+m_k$; m_2+m_k ; $m_1+m_2+m_k$), подвешиваемых к нити, намотанной сначала на шкив радиуса R_1 , а затем радиуса R_2 . Измерения времени t проводятся с помощью секундомера от момента начала движения груза до момента удара его о пол не менее трех раз для каждого значения массы контейнера с грузом и радиуса шкива, затем вычисляются их средние значения t_{cp} . Каждый результат измерений и вычислений записывается в тетради.

Рассчитайте значения ε и M , постройте график зависимости $\varepsilon(M)$ и определите из графика значение I , используя соотношение (4). Оцените приборную, случайную и относительную ошибки измерений I . Значения t_{cp} , h , R_1 , R_2 , m , Δm , M , ε , I_1 , I_2 и относительные ошибки измерений $\varepsilon_{отн}$ (см. В4 в [3] и пример в работе 1.1) внесите в таблицу 1.

Таблица 1

№ изме- рения	$R_1 = \text{--- м}, \Delta m_1 = \text{--- кг}, h = \text{--- м}$				$R_2 = \text{--- м}, \Delta m_2 = \text{--- кг}, h = \text{--- м}$			
	m , кг	t_{cp} , с	M , Н м	ε , с ⁻²	m , кг	t_{cp} , с	M , Н м	ε , с ⁻²
1								
2								
3								
$I_1 = \text{--- кг м}^2, \varepsilon_{отн} = \text{--- \%}$					$I_2 = \text{--- кг м}^2, \varepsilon_{отн} = \text{--- \%}$			

Задание 2. Исследование зависимости I от распределения масс относительно оси вращения.

Установите тела массой m_0 на расстояние l_1 , близкое к длине крестовины и измерьте его линейкой, убедившись, прибор сбалансирован (грузы расположены симметрично). Затем выберете значения m , R и h , запишите их в тетради и при этих условиях проведите не менее трех измерений времен движения грузов t . Запишите эти значения времен в тетради и вычислите среднее время движения t_{1cp} , которое будете использовать в расчетах. Повторите измерения для l_2 , равного примерно одной трети l_1 .

Используя формулу (3), из экспериментальных данных рассчитайте значения моментов инерции прибора I_1 и I_2 , соответствующих положениям тел массой m_0 на расстояниях l_1 и l_2 . Сравните разность этих значений $\Delta I_{эксп} = I_1 - I_2$ с теоретическим значением (5) $\Delta I_{теор} = 4m_0(l_1 - l_2)$. Вычислите относительные ошибки измерения I_1 и I_2 .

Значения h , t_{1cp} , t_{2cp} , l_1 , l_2 , Δm , m_0 , R , I_1 , I_2 , $\Delta I_{эксп}$ и $\Delta I_{теор}$ внесите в таблицу 2.

Таблица 2.

Постоянные величины:				
$R = \underline{\hspace{2cm}}$ м,		$h = \underline{\hspace{2cm}}$ м,		$m = \underline{\hspace{2cm}}$ кг,
$\Delta m = \underline{\hspace{2cm}}$ кг,		$m_0 = \underline{\hspace{2cm}}$ кг.		
$l_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ м	$t_{1cp} = \underline{\hspace{2cm}}$ с	$I_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ кг м ²	$\varepsilon_{отн} = \underline{\hspace{2cm}}$ %	$\Delta I_{эксп} = \underline{\hspace{2cm}}$ кг м ²
$l_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ м	$t_{2cp} = \underline{\hspace{2cm}}$ с	$I_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ кг м ²	$\varepsilon_{отн} = \underline{\hspace{2cm}}$ %	$\Delta I_{теор} = \underline{\hspace{2cm}}$ кг м ²

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Выведите выражения (1) – (5).
2. Почему при выполнении эксперимента грузы на крестовине должны располагаться симметрично относительно оси вращения?
3. Случайной или систематической ошибкой определяется точность измерения I в эксперименте?
4. С какой точностью необходимо брать значения g из таблиц при расчете I ?
5. Получите формулу момента инерции крестовины с грузами.
6. Найдите скорость груза и угловую скорость вращения крестовины через время t после начала движения. Получите ответ, исходя из уравнения динамики и исходя из закона сохранения энергии.
7. Куда направлены векторы угловой скорости и углового ускорения при вращении прибора Обербека под действием спускающего груза?
8. Как рассчитать ускорение грузов машины Атвуда, если ее блок считать диском массы m_d и радиусом r ?
9. Как рассчитать силу натяжения нити, к которой подвешен груз m в приборе Обербека, при ускоренном движении груза?
10. Докажите, что линейное ускорение a груза m и угловое ускорение ε крестовины прибора Обербека связаны соотношением $a = \varepsilon r$.
11. Как экспериментально определить момент инерции цилиндров m_0 в приборе Обербека?
12. При каких допущениях вами получены соотношения для $\Delta I_{эксп}$ и $\Delta I_{теор}$?
13. Вычислите относительную ошибку $\varepsilon_{отн}$ (см. В4 в [3] и пример в работе 1.1) косвенных измерений I_1 и I_2 в задании 2.
14. Вычислите моменты инерции простейших тел: кольца, диска, шара и палочки.