

# Тема 5. Квазистационарные цепи<sup>1</sup>

## Лабораторная работа №8 (2.16)

### Применение закона Ома для цепей переменного тока

#### *Введение*

В данной работе (как и в последующих работах по данной теме) изучаются процессы в электрических цепях, питаемых от источников, ЭДС которых меняется по гармоническому закону:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где  $\mathcal{E}$  – мгновенное значение ЭДС,  $\mathcal{E}_m$  – её максимальное значение (амплитуда),  $\omega$  – круговая частота, равная  $2\pi/T$  ( $T$  - период колебания),  $\varphi_0$  – начальная фаза.

Если период изменения ЭДС и, соответственно, силы тока и напряжения в цепи много больше времени  $t$  распространения электромагнитного поля вдоль этой цепи, то с большой степенью точности можно считать, что значения этих величин в любой момент времени во всех сечениях последовательной цепи одинаковы. Поэтому цепи, для которых условие  $T \gg t$  выполняется, называют квазистационарными.

Умножив обе части данного неравенства на скорость света, можно перейти к другой форме записи условия квазистационарности:

$$c \cdot T \gg c \cdot t \quad \text{или} \quad \lambda \gg l, \quad (2)$$

Для цепи переменного тока технической частоты (50Гц) это условие выполняется, если размер цепи много меньше  $6 \cdot 10^6$  м. Таким образом, даже в пределах такого мегаполиса, как Москва, эти цепи с высокой степенью точности могут считаться квазистационарными.

Выполнение условия квазистационарности означает, что при расчетах таких цепей можно использовать законы постоянного тока, например, закон Ома и др., конечно, с учетом особенностей прохождения переменного тока.

Эти особенности во многом обусловлены (наряду с сопротивлением  $R$ ) такими свойствами элементов электрических цепей, как емкость  $C$  (способность накапливать электрические заряды) и индуктивность  $L$  (способность создавать вокруг себя магнитное поле).

Элементы, поведение которых описывается одним из перечисленных параметров, называют идеальными. К ним относятся резисторы  $R$  и конденсаторы  $C$ . Катушки индуктивности не являются идеальными, так как характеризуются двумя параметрами: индуктивностью  $L$  и сопротивлением  $R_K$  (сопротивлением провода, которым они намотаны).

---

<sup>1</sup> Подготовлен преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Семашем В.Д.

Наличие емкости и индуктивности эквивалентно появлению в цепях переменного тока дополнительных сопротивлений. В отличие от сопротивления  $R$ , которое называют активным, так как в нем энергия электрического тока безвозвратно переходит в тепловую энергию, сопротивления емкости и индуктивности называют реактивными. Это связано с тем, что в этих элементах энергия электрического тока не только расходуется на заряд конденсатора или создание магнитного поля, соответственно, но и полностью возвращается в электрическую цепь при разряде конденсатора или исчезновении магнитного поля. Реактивные сопротивления емкости и индуктивности обозначаются как  $X_C$  и  $X_L$ , соответственно, и равны:

$$X_C = 1/\omega C \quad \text{и} \quad X_L = \omega L. \quad (3)$$

Полное сопротивление (импеданс) участка цепи переменного тока является совокупностью активных и реактивных сопротивлений.

В большинстве практических случаев в качестве величины переменного тока (и напряжения) принято указывать не амплитудное, а так называемое *действующее*, или *эффективное*, значение. Оно совпадает по величине с силой постоянного тока, который в данной цепи создает тепловой эффект, равный эффекту, создаваемому переменным током. Можно показать, что  $I_d = I_m/\sqrt{2}$  и  $U_d = U_m/\sqrt{2}$ .

Тогда закон Ома для цепей переменного тока может быть записан как  $Z = U_d/I_d = U_m/I_m$ . Напряжение 220В обычной городской сети переменного тока является действующим напряжением. Соответствующее амплитудное значение составляет около 311В. Подавляющее большинство электроизмерительных приборов градуируется именно в действующих значениях. Поэтому экспериментально величину импеданса можно определить методом амперметра – вольтметра. **В дальнейшем** индексы «d» и «m» при записи формул и построении векторных диаграмм опускаются.

Наличие емкости и индуктивности в цепях переменного тока приводит также к появлению *сдвига фаз* между силой тока и напряжением: напряжение на индуктивности опережает силу тока на  $\pi/2$ , а на емкости - отстает от силы тока тоже на  $\pi/2$ .

Для решения практических задач по расчетам цепей переменного тока часто используют метод векторных диаграмм, который применяется в механике при нахождении результата сложения колебаний одинаковой частоты  $\omega$ , происходящих в одном направлении (см. ***Приложение*** к работе 9).

Из векторной диаграммы для участка цепи в виде последовательного соединения емкости, индуктивности и сопротивления следует, что  $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$ . Тогда, используя закон Ома, можно получить

$$U = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} = IZ. \quad (4)$$

Из (4) следует, что импеданс (сопротивление) такого участка равен

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (5)$$

Таким образом, измеряя напряжение и силу тока в цепи, можно определить величину импеданса  $Z$ , а затем использовать это значение для расчетов неизвестных заранее величин емкости или индуктивности.

Из векторной диаграммы также следует, что сдвиг фаз  $\varphi$  между током в цепи и напряжением в общем случае равен

$$\varphi = \arctg [(X_L - X_C) / R]. \quad (6)$$

Экспериментально сдвиг фаз между током и напряжением можно определить при помощи осциллографа. Для этого нужно измерить период и смещение соответствующих синусоид относительно друг друга по горизонтальной оси в единицах шкалы осциллографа, а затем выразить сдвиг фаз в угловых единицах с учетом того, что период соответствует сдвигу фаз на  $360^\circ$  (или  $2\pi$  радиан).

### *Экспериментальные задачи, поставленные в работе:*

- определить емкость конденсаторов;
- определить индуктивность секций катушки индуктивности;
- определить импеданс неразветвленного участка цепи, содержащей емкость и индуктивность;
- определить сдвиг фаз между напряжением и силой тока в цепи.

### *Описание экспериментальной установки*

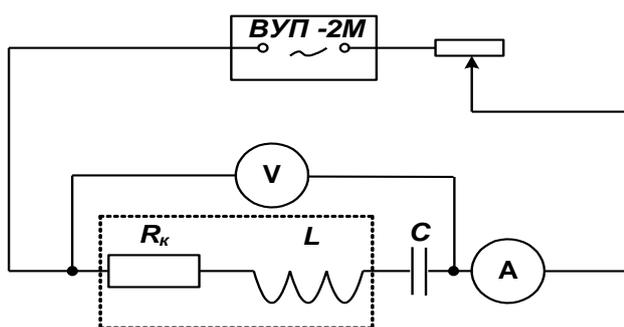


Рис. 8.1.

Установка для измерений собирается студентом самостоятельно в нескольких вариантах, один из которых представлен на рис. 8.1.

В зависимости от цели измерений параллельно вольтметру подключаются различные объекты исследований. Этими объектами являются: два конденсатора различной емкости,

многосекционная катушка индуктивности и неразветвленная цепь, составленная из одной секции катушки (на рис. 1 она представлена в виде двух идеальных элементов ( $R_k$  и  $L$ ) и обведена штриховой линией) и одного из конденсаторов. Используется источник тока типа ВУП-2М, который позволяет получить на выходе регулируемое напряжение переменного тока промышленной частоты 50 Гц. Сила тока в цепи регулируется реостатом. Для измерения напряжений используется мультиметр, для измерения силы тока - миллиамперметр Ц 4311, для наблюдения сдвига фаз - осциллограф С1-65А.

## Подготовка протокола к работе

Запишите № и название работы.

Запишите заголовок: «**Расчетные формулы**».

Запишите заголовок: «**Задание 1. Измерение емкости конденсаторов**».

Запишите формулы для расчета циклической частоты  $\omega$ , импеданса  $Z$  (исходя из закона Ома), емкости  $C$  (полагая в выражении для  $Z$ , что  $R=L=0$ ), а также для расчетов общей емкости двух конденсаторов, соединенных параллельно и последовательно.

Запишите заголовок: «**Задание 2. Измерение индуктивности**».

Выпишите формулы для расчета реактивного сопротивления катушки  $X_L$  и ее импеданса  $Z_K$ , зная  $\omega$  и ее  $L$  и  $R_K$  и полагая в выражении для  $Z$ , что  $C=0$ .

Запишите заголовок: «**Задание 3. Измерение полного сопротивления цепи**».

Выпишите формулу для расчета теоретического значения импеданса  $Z$  цепи по результатам измерений  $R$ ,  $X_L$  и  $X_C$ , где  $R$  – сумма активного сопротивления катушки  $R_K$  и сопротивления «рабочей» части реостата  $R_P$  (см. рис. 8.1).

Запишите заголовок: «**Задание 4. Определение сдвига фаз между напряжением и силой тока в цепи**».

Выпишите формулу для расчета сдвига фаз между силой тока и напряжением на концах рассматриваемой цепи, как  $\varphi = \arctg[(X_L - X_C)/(R_K + R_P)]$ .

Запишите заголовок: «**Задание 1**».

Подготовьте таблицу 1.

Таблица 1.

	$I$ , мА	$U$ , В	$Z_C=X_C$ , Ом	$C$ , мкФ
$C_1$				
$C_2$				
$C$ (парал)				
$C$ (послед)				

После получения теоретического допуска к работе, приступайте к ее выполнению.

### Указания по выполнению работы

Для выполнения **Задания 1** соедините последовательно реостат, амперметр и один из конденсаторов ( $C_1$ ). Подключите эту цепочку к выходным зажимам «~» источника. Установите на панели амперметра режим измерения переменного тока с пределом измерения 7,5мА. Установите движок реостата в положение наибольшего сопротивления.

После проверки схемы инженером или преподавателем *включите* источник и амперметр. *Установите* движок реостата в такое положение, чтобы стрелка амперметра находилась ближе к концу шкалы. (Напомним, что это уменьшает ошибку измерения). *Включите* мультиметр. *Переведите* мультиметр в режим работы в цепях переменного тока с пределом измерения 20В. *Проведите* измерение силы тока и напряжения на конденсаторе  $C_1$ . Результаты *запишите* в таблицу 1 и *выключите* источник.

**Внимание.** *Выключайте* источник после каждого измерения!

*Рассчитайте* емкость конденсатора  $C_1$ .

*Подключите* второй конденсатор  $C_2$  вместо  $C_1$  и *проведите* вторую серию измерений и расчетов.

*Подключите* конденсатор  $C_1$  параллельно конденсатору  $C_2$  и *проведите* третью серию измерений и расчетов.

*Измените* подключение конденсаторов на последовательное и *проведите* четвертую серию измерений и расчетов.

*Рассчитайте* теоретические значения общей емкости конденсаторов при различных схемах соединения, используя для этого полученные ранее значения емкости каждого из них в отдельности. *Запишите* их в тетради и *сравните* теоретические значения с экспериментальными.

*Запишите* заголовок: «**Задание 2**».

*Подготовьте* таблицу 2.

Таблица 2

Секция	$R_K$ , Ом	$I$ , А	$U$ , В	$Z_K$ , Ом	$X_K$ , Ом	$L$ , Гн
1200						
2400						
3600						

*Измерьте* при помощи мультиметра активные сопротивления секций катушки (число витков каждой секции указано на контактных планках катушки и в 1-м столбце таблицы 2) и всей катушки и *впишите* их в таблицу 2.

*Подключите* вместо конденсаторов секцию катушки, обозначенную на ее контактной планке как «1200» и *проведите* измерения силы тока и напряжения аналогично заданию 1.

*Подключите* вместо первой секции вторую секцию катушки и *проведите* аналогичные измерения.

*Подключите* всю катушку и *проведите* аналогичные измерения.

По результатам каждого измерения *рассчитайте* соответствующие значения индуктивности.

Запишите заголовок: «Задание 3».

Подготовьте таблицу 3.

Таблица 3.

Сила тока, А	
Напряжение, В	
Экспериментальное значение импеданса, Ом	
Емкость конденсатора, мкФ	
Сопротивление реостата, Ом	
Активное сопротивление катушки, Ом	
Активное сопротивление цепи, Ом	
Реактивное сопротивление катушки, Ом	
Реактивное сопротивление конденсатора, Ом	
Реактивное сопротивление цепи, Ом	
Расчетное значение импеданса, Ом	

Включите последовательно в цепь, использованную при выполнении **Задания 2**, конденсатор с более высоким значением емкости.

Проведите измерения силы тока в цепи и напряжения на зажимах источника. Выключите источник.

Рассчитайте и запишите в таблицу 3 экспериментальное (полученное методом амперметра-вольтметра) значение импеданса.

Отключите один из выводов реостата и измерьте при помощи мультиметра сопротивление используемой части реостата и запишите его в таблицу 3. Запишите в таблицу 3 значения сопротивлений элементов цепи, определенные в предыдущих заданиях. Рассчитайте по этим данным значения активного, реактивного и полного сопротивлений цепи,

Запишите заголовок: «Задание 4».

Подготовьте таблицу 4.

Таблица 4.

Расчетное значение сдвига фаз, град	
Сдвиг фаз из треугольника сопротивлений, град	
Период колебаний по осциллографу, дел	
Сдвиг фаз по осциллографу, дел	
Сдвиг фаз по осциллографу, град	

Рассчитайте сдвиг фаз между силой тока и общим напряжением,

используя данные таблицы 3, и *впишите* результат в таблицу 4.

*Постройте* в тетради треугольник сопротивлений в масштабе  $1\text{ см} = 100\text{ Ом}$ . *Определите* при помощи транспортира угол между  $X$  и  $Z$  и *впишите* его в таблицу 4.

*Восстановите* подключение реостата.

*Подключите* вход  $Y$  осциллографа к выходу источника. *Включите* осциллограф и, после его прогрева, *включите* источник тока. *Получите* на экране осциллограмму напряжения на выходе источника. *Сдвиньте* изображение так, чтобы максимум синусоиды совпал бы со средней вертикальной линией шкалы осциллографа. *Зарисуйте* осциллограмму в тетради.

*Отключите* кабель входной цепи осциллографа от источника и *подключите* его к «рабочей» части реостата. Не меняя настроек осциллографа, *зарисуйте* на том же рисунке вторую осциллограмму.

*Укажите* на рисунке период колебаний и сдвиг фаз между осциллограммами. *Измерьте* их в делениях шкалы осциллографа и *запишите* в таблицу 4.

*Выключите* источник и осциллограф.

*Рассчитайте* сдвиг фаз в градусах как  $\Delta\varphi(^{\circ}) = 360^{\circ}\Delta\varphi(\text{дел})/T(\text{дел})$  и *запишите* его в таблицу 4.

*Предъявите* полученные результаты преподавателю и *разберите* установку.

## Лабораторная работа № 9 (2.14)

### Изучение резонанса напряжений и токов на промышленной частоте

#### Введение

*При подготовке к работе необходимо предварительно изучить **Введение** к работе 8.*

Соединенные в последовательную замкнутую цепь катушка индуктивности и конденсатор образуют колебательную систему (колебательный контур). Частота собственных колебаний в контуре  $\omega_0 = 2\pi f_0 = 1/\sqrt{LC}$  (формула Томпсона), где  $f_0$  – частота собственных колебаний в Гц.

Полное сопротивление (импеданс)  $Z$  данной цепи на частоте  $\omega$  равно

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

где  $R = R_K$  - активное сопротивление катушки,  $\omega$  – циклическая частота переменного тока, протекающего в контуре.

Если эту систему последовательно подключить к ЭДС переменного тока частотой  $\omega$ , то в контуре возникнут вынужденные колебания этой частоты.

При совпадении частоты ЭДС с частотой собственных колебаний имеет место резонанс напряжений, при котором напряжения на емкости и индуктивности превышают напряжение источника. Это связано с тем, что при  $\omega = \omega_0$  импеданс последовательного контура минимален, равен  $R_K$  и носит чисто активный характер. Поэтому ток в цепи максимальный и, следовательно, напряжения на ее элементах максимальны.

Для контура с параллельным соединением источника переменной ЭДС, катушки индуктивности и конденсатора (параллельном контуре) импеданс равен

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 C^2 + \frac{1 - 2\omega^2 LC}{R_K^2 + \omega^2 L^2}}}$$

В этом случае на частоте резонанса импеданс максимален и равен  $Z_{\text{рез}} = L/RC$ . При этом сила тока в цепи питания контура минимальна и наблюдается резонанс токов, когда сила тока в ветвях контура превышает силу тока до разветвления. Другими словами, внутри контура протекает «собственный» ток большой величины.

Экспериментальное значение  $Z_{\text{рез}}$  можно определить из закона Ома  $Z_{\text{рез}} = U_{\text{рез}}/I_{\text{рез}}$ , где  $U_{\text{рез}}$  и  $I_{\text{рез}}$  - напряжение и сила тока в цепи питания контура при резонансе.

### ***Экспериментальные задачи, поставленные в работе:***

- построение зависимостей напряжений и силы тока от величины емкости в последовательном и параллельном колебательном контурах;
- расчет параметров контуров по результатам измерений;
- построение векторных диаграмм и графическое определение сдвига фаз напряжений и токов в контурах.

### ***Описание экспериментальных установок***

В комплект устройств для выполнения данной работы входят: двухсекционная катушка индуктивности, магазин емкостей, три миллиамперметра, комбинированный прибор Ц4311, а также два перекидных ключа. В качестве источника ЭДС используется понижающий трансформатор, входящий в состав выпрямителя ВС-24.

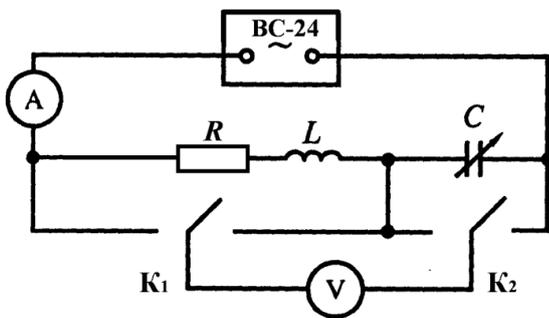


Рис. 9.1.

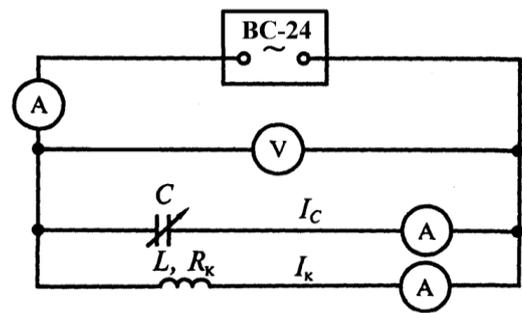


Рис. 9.2.

Схема установки для изучения резонанса напряжений приведена на рис. 1. Катушка индуктивности на ней изображена в виде последовательного соединения активного сопротивления обмотки  $R=R_K$  и идеальной индуктивности  $L$ .

Прибор Ц4311 подключен к средним зажимам ключей, что позволяет использовать его для измерения разных напряжений. Когда оба ключа установлены в левое по схеме положение, измеряется напряжение на катушке  $U_K$ . Напряжение на конденсаторе  $U_C$  измеряется, когда оба ключа находятся в правом положении. Для измерения общего напряжения на контуре  $U$  левый ключ устанавливается в левое положение, а правый – в правое положение.

Схема установки для изучения резонанса токов приведена на рис. 9.2. Она позволяет измерять силу тока в каждой ветви и контуре в целом, а также напряжение, подаваемое на контур. На этой схеме катушка обозначена как один элемент с индуктивностью  $L$  и сопротивлением  $R_K$ .

В процессе измерений емкость на зажимах магазина емкостей можно изменять при помощи переключателей и контактных штырей. В исходном состоянии штыри вставлены в нижний ряд гнезд на лицевой панели магазина емкостей. Их можно переставлять в гнезда верхнего ряда. Емкость (в микрофарадах) равна сумме цифр около переключателей и тех гнезд верхнего ряда, в которые вставлены штыри.

Увеличение емкости контура приводит к уменьшению собственной частоты колебаний контура. И при емкости, которая соответствует частоте колебаний, равной 50Гц (частоте городской сети переменного тока), можно наблюдать резонансные явления в контуре.

### ***Подготовка протокола к работе***

*Запишите* в тетради номер и название работы.

*Запишите* заголовок: «**Расчетные формулы**».

*Запишите* формулы для нахождения:

- циклической частоты  $\omega_0$ ;
- импеданса контура при резонансе -  $Z_{PE3} = U_{PE3} / I_{PE3}$ ,
- индуктивности -  $L = 1 / (\omega_0)^2 C_{PE3}$ ,
- сдвига фаз между током и напряжением на катушке как  $\arctg(\omega_0 L / Z_{PE3})$ .

- полного сопротивления катушки:  $Z_K = U_K / I_K$ ,
- реактивного сопротивления катушки  $X_L = \omega_0 L$ ;
- активного сопротивления катушки,  $R_K = \sqrt{Z_K^2 - X_L^2}$ ,
- теоретического значения импеданса параллельного контура:  $Z_{\text{рез}} = L/RC$ .

*Запишите* заголовок: «**Задание 1. Изучение резонанса напряжений**»

*Нарисуйте* таблицу 1 для записи результатов измерений силы тока и напряжений  $U$ ,  $U_K$  и  $U_C$  при 10 значениях емкости.

Таблица 1

№ изм.	$C$ , мкФ	$I$ , мА	$U$ , В	$U_K$ , В	$U_C$ , В
1					
10					

После получения допуска к работе, *приступайте* к выполнению экспериментальных заданий.

### Указания по выполнению работы

Для выполнения **Задания 1** *соберите* установку в соответствии с рис. 9.1. При этом катушку следует подключать в цепь на максимальное количество витков, то есть через крайние зажимы панели с надписями 1200 и 2400. Обратите внимание на то, что активное сопротивление катушки на рисунке хотя и изображено как резистор  $R$ , но не является самостоятельным элементом установки и равно  $R_K$ .

*Установите* переключатели магазина емкости на ноль и наберите при помощи штырей емкость в 2 мкФ.

*Установите* ключи в положение, позволяющее измерять общее напряжение.

*Переведите* прибор Ц4311 в режим измерения переменных напряжений, нажав кнопку «U~», и *установите* предел измерений 50В, нажав соответствующую кнопку.

*Установите* ручку регулировки напряжения на панели источника в крайнее левое положение.

**Внимание.** Включение установки и ее настройку проводит инженер или преподаватель. В его присутствии проведите первое измерение.

*Запишите* в таблицу 1 значения емкости контура, силы тока в цепи источника тока контура и поданного на контур напряжения  $U$ .

Дальнейшие измерения проводятся студентом самостоятельно.

*Переведите* левый по схеме ключ в правое положение, *измерьте* и

запишите в таблицу значение  $U_C$ . Переведите оба ключа в левое положение и измерьте величину  $U_K$ .

Переведите правый по схеме ключ в правое положение, установите на магазине емкостей значение  $4\text{мкФ}$ . Повторите измерения и запишите в таблицу их результаты.

Проведите аналогичные измерения, записывая результаты в таблицу 1, каждый раз увеличивая емкость на  $2\text{мкФ}$  до  $12\text{мкФ}$  включительно.

Проведите дополнительные измерения вблизи значения емкости, для которого получены максимальные значения напряжений на емкости и индуктивности (области резонанса). Для этого устанавливайте такие значения емкости, которые были бы больше и меньше резонансной на  $0,5\text{мкФ}$  и  $1,0\text{мкФ}$ .

Выключите выпрямитель и прибор Ц4311.

Запишите заголовок: «Задание 2. Изучение резонанса токов».

Для выполнения Задания 2 соедините приборы в соответствии с рис. 9.2. При этом к выпрямителю должен подключаться амперметр с наименьшим пределом измерений.

Подготовьте таблицу 2 для записи результатов измерений  $U$ ,  $I$ ,  $I_K$  и  $I_C$  при 10 значениях емкости.

Таблица 2

№ изм.	$C$ , мкФ	$I$ , мА	$U$ , В	$I_K$ , В	$I_C$ , В
1					
...					
10					

После проверки схемы лаборантом или преподавателем, проведите измерения силы тока до разветвления и в каждой из ветвей контура при разных значениях емкости, поддерживая постоянной величину напряжения на контуре. Результаты заносите в таблицу 2.

После измерений выключите выпрямитель и прибор Ц4311. Приведите в порядок рабочее место.

Запишите заголовок: «Задание 3. Обработка результатов измерений».

1. Для последовательного контура постройте на одном листе графики зависимостей  $U$ ,  $U_K$ ,  $U_C$  и  $I$  от  $C$ . График общего напряжения будет представлять собой горизонтальную линию, остальные иметь вид кривых с максимумом.

Рассчитайте значение импеданса контура при резонансе  $Z_{\text{рез}}$ , индуктивность катушки и сдвиги фазы напряжения на катушке при резонансе и при значениях емкости 4 и  $10\text{мкФ}$ .

Результаты запишите в таблицу 3.

Таблица 3.

Импеданс, Ом	
Индуктивность, Гн	
Сдвиг фаз при резонансе (расч), град	
Сдвиг фаз при $C=4\text{мкф}$ (расч), град	
Сдвиг фаз при $C=10\text{мкф}$ (расч), град	
Сдвиг фаз при резонансе (диагр), град	
Сдвиг фаз при $C=4\text{мкф}$ (диагр), град	
Сдвиг фаз при $C=10\text{мкф}$ (диагр), град	

*Постройте* векторную диаграмму напряжений при резонансе. Для этого предварительно *ознакомьтесь с Приложением* к данному описанию.

*Постройте* аналогичным образом векторные диаграммы для  $C=4\text{мкФ}$  и  $C=10\text{мкФ}$ . *Определите* при помощи транспортира углы сдвига фаз напряжений и силы тока и сравните их с расчетными данными.

2. Для параллельного контура *постройте* на одном листе графики зависимостей  $U$ ,  $I_K$ ,  $I_C$  и  $I$  от  $C$ . График силы тока в катушке будет представлять собой горизонтальную линию, сила тока в ветви контура, содержащей конденсатор, будет возрастать, а график общего тока иметь вид кривой с минимумом при резонансе. Это означает, что при резонансе сила тока в ветвях контура больше общей силы тока в цепи.

*Рассчитайте* значение импеданса контура при резонансе  $Z_{\text{РЕЗ}}$ , индуктивность катушки и сдвиги фазы напряжения на катушке при резонансе при значениях емкости в 4 и 10 мкФ. Результаты *запишите* в таблицу 4, оформленную аналогично таблице 3.

*Постройте* векторную диаграмму напряжений при резонансе. Для этого предварительно *ознакомьтесь с Приложением* к данному описанию.

*Постройте* аналогичным образом векторные диаграммы для  $C=4\text{мкФ}$  и  $C=10\text{мкФ}$ . *Определите* при помощи транспортира углы сдвига фаз напряжений и силы тока и сравните их с расчетными данными.

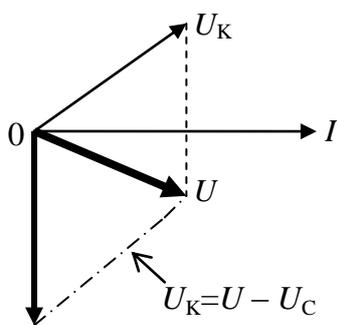


Рис. 9.3.

### Приложение

Векторные диаграммы позволяют графически определить параметры элементов цепей переменного тока и фазовый сдвиг между напряжением и силой тока в таких цепях, когда невозможно измерить отдельно напряжение на реактивном и активном сопротивлении участка цепи, как, например, в случае реальной катушки индуктивности.

Для последовательного контура векторная диаграмма строится по результатам измерений напряжения на конденсаторе  $U_C$ , катушке  $U_K$  и на концах рассматриваемого участка цепи  $U$ . Так как напряжение  $U$  есть векторная сумма двух других напряжений, то вначале нужно построить треугольник по трем сторонам при известном направлении вектора  $U_C$  вертикально вниз. Затем нужно достроить его до параллелограмма. После этого можно разложить вектор  $U_K$  по ортогональным направлениям  $U_L$  и  $U_R$ , определить соответствующие напряжения и рассчитать индуктивное и активное сопротивления катушки (рис. 9.3).

При этом рекомендуется соблюдать следующую последовательность действий:

1. *Проведите* на листе бумаги горизонтальную линию, которая соответствует направлению исходного вектора силы тока, чья начальная фаза принимается равной нулю.

2. На построенных по результатам выполнения задания 1 графиках *проведите* вертикальную линию для выбранного значения ёмкости.

3. Циркулем вдоль этой линии *измерьте* величину напряжения  $U_C$  и *отложите* её на векторной диаграмме из нуля координат вертикально вниз.

4. При том же значении емкости *измерьте* циркулем величину  $U$  и *проведите* окружность с таким радиусом из начала координат.

5. При том же значении емкости *измерьте* циркулем величину  $U_K$  и из конца вектора  $U_C$  *сделайте* циркулем засечку в точке пересечения с окружностью  $U$ .

6. *Соедините* точку пересечения окружностей с концом вектора  $U_C$ . Это будет разность векторов  $U_0$  и  $U_C$ , равная  $U_K$ .

7. *Перенесите* вектор  $U_K$  в начало координат, то есть достройте полученный треугольник до параллелограмма.

8. *Измерьте* при помощи транспортира угол поворота вектора  $U_K$  относительно горизонтальной оси и *сравните* его с теоретическим значением сдвига фаз между напряжением и силой тока в контуре.

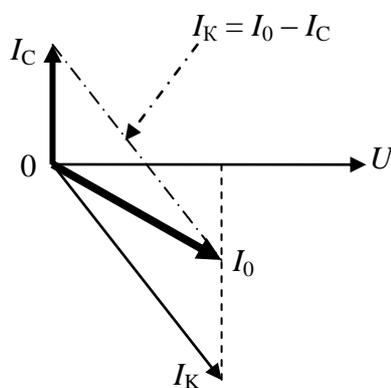


Рис. 9.4.

Векторная диаграмма для параллельного контура строится аналогично. Но исходным в этом случае является направление вектора напряжения на контуре, так как его значение одинаково для обеих ветвей контура (см. рис. 9.4).

Тогда вектор тока в емкостной ветви  $I_C$  будет направлен вверх под  $90^0$ , а вектор тока в цепи катушки индуктивности  $I_K$  будет направлен вниз

под некоторым углом. То есть направление сдвига фазы напряжения относительно силы тока сохраняется независимо от вида контура.

*Проведите* необходимые построения. *Измерьте* при помощи транспортира угол поворота вектора  $I_K$  относительно горизонтальной оси и *сравните* его с теоретическим значением сдвига фаз между напряжением на контуре и силой тока в катушке.

## Лабораторная работа № 10 (2.15)

### Изучение резонанса напряжений и токов с помощью звукового генератора и осциллографа

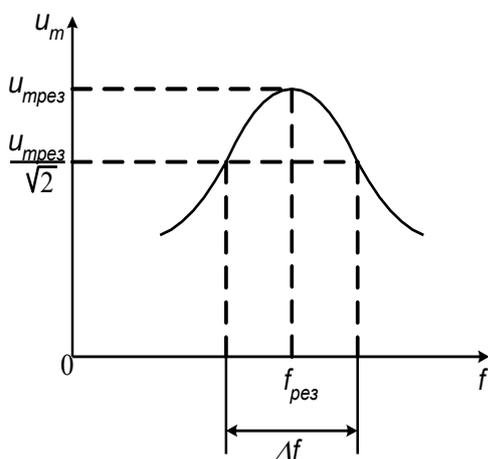
#### Введение

При подготовке к работе необходимо предварительно изучить **Введение** к работам 8 и 9.

В данной работе изучаются резонансные явления в последовательном и параллельном колебательных контурах путем изменения частоты внешней ЭДС.

Зависимости напряжения на реактивных элементах последовательного контура от частоты напряжения внешнего источника представляют собой кривые с максимумом при частоте внешнего напряжения  $f_{\text{РЕЗ}} = f_0$ .

Зависимость силы тока через параллельный контур (до разветвления) от частоты имеет вид кривой с минимумом также при  $f_{\text{РЕЗ}} = f_0$ .



Для практического использования колебательных контуров, например, в радиотехнике важной характеристикой контура является ширина резонансной кривой  $\Delta f$ . Она определяется скоростью затухания колебаний в контуре, которая численно характеризуется величиной добротности  $Q$ . Для последовательного контура добротность может быть рассчитана по формуле:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (1)$$

Рис. 10.1. где  $L, R$  и  $C$  — параметры элементов контура. Экспериментальное значение добротности можно определить из резонансной кривой как  $Q = f_{\text{РЕЗ}} / \Delta f$ , где  $f_{\text{РЕЗ}}$  — резонансная частота и  $\Delta f$  — ширина резонансной кривой, равная разности частот, при которых напряжение на конденсаторе составляет  $U_{\text{РЕЗ}}/\sqrt{2} \approx 0,7 U_{\text{РЕЗ}}$  (см. рис. 10.1).

### **Экспериментальные задачи, поставленные в работе:**

- построение резонансных кривых для последовательного и параллельного колебательных контуров;
- оценка влияния емкости и активного сопротивления контура на частоту собственных колебаний и его добротность.

### **Описание экспериментальных установок**

Схема установки для изучения резонанса напряжений показана на рис. 10.2. Она представляет собой замкнутую цепь из соединенных последовательно катушки индуктивности, одного из двух конденсаторов, смонтированных на общей панели,

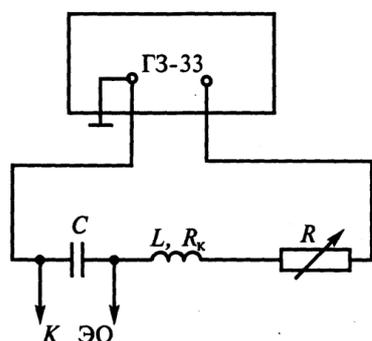


Рис. 10.2.

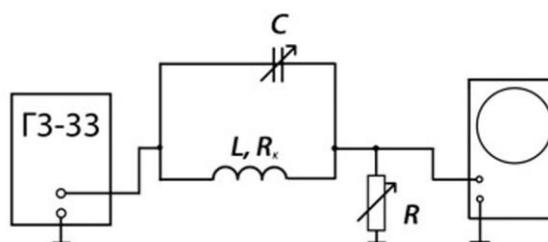


Рис. 10.3.

декады сопротивлений Р34 (магазина из 10 сопротивлений с переключателем) и звукового генератора ГЗ-33. Для измерения напряжения на конденсаторе используется осциллограф С1-65А.

Схема установки для изучения резонанса токов показана на рис. 10.3. В этом случае катушка, конденсатор и генератор соединены параллельно. В цепь питания контура включено измерительное сопротивление  $R$  (декада сопротивлений), падение напряжения на котором пропорционально силе тока до разветвления и измеряется осциллографом.

### **Подготовка протокола к работе**

*Запишите* в тетради номер и название работы.

*Запишите* заголовок: «**Расчетные формулы**».

*Запишите* заголовок: «**Задание 1. Исследование резонанса в последовательном контуре**».

*Выпишите* формулы для расчета:

частоты резонанса, теоретического и экспериментального значений добротности, реактивных сопротивлений катушки и конденсатора.

*Запишите* заголовок: «**Задание 2. Исследование резонанса в параллельном контуре**».

*Выпишите* формулы для расчета: теоретического значения импеданса параллельного контура через параметры элементов контура, а также

экспериментального значения импеданса через закон Ома для переменного тока (см. работу № 9).

*Запишите* заголовок: «**Задание 1**».

После получения теоретического допуска, к работе *приступайте* к ее выполнению.

### **Указания по выполнению работы**

*Соберите* измерительную цепь для выполнения **Задания 1** в соответствии с рис. 10.2. Для этого *соедините* конденсатор  $C_1$ , катушку и декаду сопротивлений последовательно. *Подключите* свободный вывод декады сопротивлений к верхнему из зажимов «выход» генератора, а конденсатор – к среднему. *Проверьте*, чтобы средний и нижний зажимы «выход» были замкнуты перемычкой.

*Установите* переключателем декады сопротивлений  $R_D=0$ . Свободный вывод декады сопротивлений *подключите* к верхнему из зажимов «выход», а конденсатор – к среднему.

*Включите* осциллограф. *Установите* переключатель входа  $Y$  в правое положение, переключатель « $V/\text{дел}$ » - в крайнее левое положение, а ручку «плавно», расположенную на одной оси с этим переключателем – в крайнее правое положение, верхний переключатель на панели «развертка» в положение « $x1$ », переключатель «синхронизация» - в положение «внутри». При помощи ручек перемещения луча (обозначенными на панели осциллографа вертикальными и горизонтальными стрелками) *установите* светящуюся линию в центр экрана.

*Подключите* соединительный кабель к разъёму входа  $Y$  осциллографа. *Подключите* свободный конец кабеля, помеченный значком « $\perp$ », к точке соединения конденсатора с генератором, а второй конец – к точке соединения конденсатора и катушки. При необходимости «полярность» свободных концов кабеля можно определить самостоятельно. Для этого нужно *прикоснуться* рукой к одному из концов кабеля. Если при этом линия на экране осциллографа осталась горизонтальной, то этот провод соединен с «землей». Если при прикосновении к концу кабеля линия на экране причудливо изогнется, то этот провод является «сигнальным», а не «земляным».

*Установите* тумблер «Внутр. Нагр» на лицевой панели генератора в положение «Вкл», переключатель «шкала прибора» - в положение « $x1$ », переключатель «пределы шкалы, аттенюатор» - в положение «600», переключатель «множитель» - в положение «10», ручку «рег. выхода» - в крайнее левое положение.

*Запишите* в протокол значения входной емкости осциллографа:  $C_{ВХ}=25\text{пф}$ , индуктивности и сопротивления катушки  $L_K$  и  $R_K$ , емкости  $C_1$ .

*Рассчитайте* по формуле Томпсона резонансную частоту с учетом того, что параллельно конденсатору контура  $C_1$  подключена входная емкость осциллографа  $C_{ВХ}$ . *Запишите* результат как  $f_{РЕЗ1}$ (расч).

После проверки схемы лаборантом или преподавателем, *включите* генератор и через 5-7 минут, необходимых для прогрева прибора, *установите* при помощи ручки «Рег. Выхода» величину выходного напряжения по измерительному прибору генератора в пределах от 1 до 2 В. При помощи ручек «время/дел» на панели «развертка» и «уровень» на панели «синхронизация» *добейтесь* устойчивого изображения синусоиды на экране осциллографа.

*Запишите* подзаголовок: « $R_{Д1} = 0 \text{ Ом}$ ».

*Подготовьте* таблицу 1 для записи результатов измерений.

Таблица 1

№ изм.	$f$ , Гц	Размах $U_i$ , дел	$U_i / U_{MAX}$
1			
...			
10			

*Определите* начальное значение частоты выходного напряжения генератора. Для этого ручкой «частота» *установите* на шкале генератора с учетом множителя расчетное значение частоты выходного напряжения  $f_{РЕЗ}$ (расч). *Установите* переключатель «V/дел» в положение, при котором размах синусоиды составит не менее половины экрана.

Наблюдая за синусоидой на экране осциллографа, *проведите* точную настройку генератора на резонансную частоту. Для этого *установите* ручку «частота» так, чтобы амплитуда синусоиды будет максимальной.

*Запишите* размах напряжения при резонансе  $U_{РЕЗ}$  в делениях шкалы осциллографа. *Разделите* это число на 2 (что заведомо меньше требуемого граничного значения  $U_{РЕЗ}/\sqrt{2}$ ). *Запишите* его. Медленно вращая ручку «частота» против часовой стрелки, *добейтесь* того, чтобы размах напряжения стал равным этой величине. *Проведите* отсчет значения частоты  $f_{НАЧ}$  по шкале генератора с учетом множителя и *запишите* его в 1-й строке таблицы 1.

*Разделите* участок диапазона частот от  $f_{НАЧ}$  до  $f_{РЕЗ}$  на 5-6 равных интервалов, удобных для отсчета (например, через 100 или 150Гц), и *запишите* полученные значения частоты в соответствующем столбце таблицы 1.

*Проведите* измерения размаха напряжения в делениях шкалы экрана осциллографа для этих значений частоты. Во время измерений *поддерживайте* постоянной величину напряжения на выходе генератора и не меняйте положение переключателя «V/дел». Для повышения точности отсчета *корректируйте* перед каждым отсчетом положение синусоиды на экране при

помощи ручки « $\updownarrow$ » так, чтобы нижний край синусоиды находился на одной из сплошных горизонтальных линий на шкале экрана.

*Продолжите* аналогичные измерения и далее: от  $f_{\text{РЕЗ}}$  до частоты  $f_{\text{КОН}}$ , при которой размах синусоиды вновь не станет равным  $\frac{1}{2}$  от максимального.

*Установите* переключателем декады сопротивлений  $R_{\text{д}}=200$  Ом. *Запишите* подзаголовок: « $R_{\text{д}} = 200$  Ом». *Подготовьте* таблицу 2, форма которой аналогична таблице 1, вновь *определите* нижнее значение частоты выходного напряжения генератора, и проведите измерения по аналогии с первой серией.

*Запишите* заголовок: «**Задание 2**».

*Соберите* измерительную цепь в соответствии с рис. 10.3. Для этого *соедините* конденсатор  $C_1$  и катушку параллельно. *Подключите* одну из точек соединения к верхнему зажиму «Выход» генератора, а вторую – через декаду сопротивлений к среднему зажиму «Выход». *Подключите* вход «Y» осциллографа к зажимам декады, соблюдая полярность.

После проверки правильности соединений преподавателем, *включите* генератор и осциллограф.

*Установите* переключатель декады сопротивлений в положение 1. *Запишите* в тетради значение сопротивления как  $R_{\text{ИЗМ}}=\dots$ .

*Запишите* в качестве подзаголовка значение конденсатора « $C_1=\dots$ » и *подготовьте* таблицу 3 для записи результатов измерений.

Таблица 3.

№ изм.	$f$ , Гц	Размах синусоиды , дел. шкалы	Амплитуда синусоиды, $U_i$ , В
1			
...			
10			

*Установите* на генераторе частоту выходного напряжения, равную  $f_{\text{РЕЗ}}$ , определенной при выполнении задания 1. *Установите* переключатель «V/дел» в положение, при котором размах синусоиды составит около 1 деления шкалы экрана. Наблюдая за синусоидой на экране осциллографа, *проведите* точную настройку генератора на резонансную частоту. Для этого *установите* ручку «частота» так, чтобы амплитуда синусоиды была минимальной.

*Запишите* в таблицу 3 точное значение  $f_{\text{РЕЗ}}$  и размах синусоиды.

*Проведите* измерения размаха напряжения в делениях шкалы экрана осциллографа для 4-5 значений частоты больше и меньше  $f_{\text{РЕЗ}}$  с интервалом между ними, равным тому, что использовался при выполнении задания 1 (см. табл. 2). Во время измерений *поддерживайте* величину напряжения на выходе генератора постоянной и не меняйте положение переключателя «V/дел».

*Запишите* в тетради цену деления шкалы осциллографа.

*Измерьте* при помощи мультиметра напряжение на контуре на частоте резонанса и *запишите* его как  $U_{\text{РЕЗ},1}$ . *Используйте* его в дальнейшем для расчетов экспериментального значения импеданса контура.

*Рассчитайте* и *запишите* в таблицу значения амплитуды синусоиды  $U_i$  с учетом цены деления шкалы осциллографа.

*Подключите* вместо конденсатора  $C_1$  конденсатор  $C_2$ .

*Запишите* в качестве подзаголовка значение конденсатора « $C_2=...$ ».

*Подготовьте* таблицу 4 для записи результатов измерений по аналогии с таблицей 3.

*Рассчитайте* по формуле Томпсона новое значение резонансной частоты. При этом входную емкость осциллографа учитывать не нужно, так как осциллограф теперь подключен параллельно измерительному резистору, а не конденсатору контура. *Запишите* результат как  $f_{\text{РЕЗ},2}$  (расч).

*Проведите* новую серию измерений по аналогии с теми, которые были проведены с использованием конденсатора  $C_1$ .

*Измерьте* при помощи мультиметра напряжение на контуре на частоте резонанса и *запишите* его как  $U_{\text{РЕЗ},2}$ .

*Выключите* генератор и осциллограф.

*Запишите* заголовок: «**Обработка результатов измерений**».

Для определения экспериментальных значений добротности  $Q$  последовательного контура результаты измерений удобно представить в нормированном виде, то есть в виде отношения каждого полученного значения напряжения к максимальному, то есть измеренному при резонансе. *Проведите* соответствующие расчеты с заполнением правого столбца таблиц 1 и 2.

*Постройте* на общем графике зависимости  $U_i / U_{\text{МАХ}}$  от  $f(\Gamma\text{ц})$  для обоих значений сопротивлений  $R_{\text{Д}}$ . Они будут иметь общую точку в вершине с координатами  $f_{\text{РЕЗ}}$  и 1.

*Подготовьте* таблицу 5.

Таблица 5

	$R = R_{\text{К}} (R_{\text{Д}} = 0)$	$R = R_{\text{К}} + R_{\text{Д}}$
$f_{\text{РЕЗ}}$ (ИЗМ)		
$f_{\text{НАЧ}}$		
$f_{\text{КОН}}$		
$\Delta f = f_{\text{КОН}} - f_{\text{НАЧ}}$		
$Q$ (ИЗМ)		
$Q$ (теор)		

*Запишите* в таблицу 5 значения резонансной частоты. *Проведите* на графике горизонтальную линию на уровне 0,7, что соответствует уменьшению напряжения в  $\sqrt{2}$  раз. В точках пересечения этой линии с резонансными кривыми *опустите* перпендикуляры на ось частот и определите соответствующие значения частоты. *Запишите* их в таблицу как  $f_{\text{нач}}$  и  $f_{\text{кон}}$ . *Рассчитайте* по этим данным ширину резонансной кривой и добротность контура -  $Q$  (изм) .

*Рассчитайте* добротность контура, исходя из значений параметров элементов контура -  $Q$  (теор).

*Рассчитайте* значения индуктивного и емкостного сопротивлений контура на частоте резонанса и *сравните* их между собой.

Для параллельного контура *постройте* графики зависимостей  $U_i$  (значения которого пропорциональны силе тока в цепи питания контура) от частоты.

*Рассчитайте* для обоих значений емкости контура действующие значения силы тока при резонансе как  $I_{\text{рез}} = U_{\text{рез}} / R\sqrt{2}$ , где  $R$  – значение сопротивления декады сопротивлений, а также теоретические и экспериментальные значения импеданса контура.

*Запишите* заголовок: «**Выводы**».

*Сформулируйте* выводы из проделанных исследований:

1. Изменение (уменьшение, увеличение (*оставить нужное*)) активного сопротивления контура приводит к уменьшению, увеличению или не влечет за собой изменение: а) частоты резонанса  $f_{\text{рез}}$ , б) ширины резонансной кривой  $\Delta f$ , в) добротности контура  $Q$ .

2. Изменение (уменьшение, увеличение (*оставить нужное*)) емкости контура приводит к уменьшению, увеличению или не влечет за собой изменение: а) частоты резонанса  $f_{\text{рез}}$ , б) ширины резонансной кривой  $\Delta f$ , в) добротности контура  $Q$ .

### **Рекомендуемая литература:**

1. Е.М. Гершензон, Н.Н. Малов, А.Н. Мансуров. Курс общей физики. Электродинамика. §§ 11.1 – 11.7. – М., Академия, 2001.

2. С.Г. Калашников. Электричество. §§ 217 - 225. 7-е изд., стереот. - М.: Физматлит, 2008.

3. Д.В. Сивухин. Общий курс физики, т.3, §§ 127, 129, 131, 132. Электричество. М.: Физматлит, 2006.

### ***Примерные контрольные вопросы по теме 5***

1. Сформулируйте условие квазистационарности цепи?

2. Что такое эффективное значение силы тока, напряжения?
3. Какое значение напряжение (силы тока) измеряет вольтметр (амперметр)?
4. Выведите формулы (3) из работы 8 (2.16).
5. Объясните причину появления сдвига фаз в цепи, содержащей емкость, индуктивность.
6. Какие элементы цепи обладают активным, а какие реактивным сопротивлением?
7. Чему равен сдвиг фаз между током и напряжением в цепи с активным сопротивлением, с идеальной катушкой индуктивности; с реальной катушкой индуктивности; с идеальным конденсатором?
8. Одинаково ли полное сопротивление катушки постоянному и переменному току?
9. Чему равно соотношение между индуктивным и емкостным сопротивлениями при резонансе?
10. Что такое резонанс напряжений, при каких условиях он наблюдается?
11. Объясните, почему напряжения на реактивных элементах последовательного контура при резонансе превышают полное напряжение на контуре.
12. Чему равно напряжение на активном сопротивлении последовательного контура при резонансе, если напряжение питания контура составляет, например, 10В?
13. Что такое добротность колебательного контура? От каких величин она зависит?
14. Как изменится ширина резонансной кривой при уменьшении а) активного сопротивления, б) индуктивности, в) емкости контура?
15. Чему равно резонансное сопротивление последовательного контура?
16. Что такое резонанс токов, при каких условиях он наблюдается?