1. «Плазменные колебания». Рассмотрим плоскопараллельную пластину из проводника. В ней могут существовать колебания следующего типа. Пусть в начальный момент времени все свободные заряды – например, для определенности, электроны - смещены на небольшое расстояние Δz в направлении одной из поверхностей пластины. Тогда на этой поверхности образуется заряд с поверхностной плотностью $ne\Delta z$, а на противоположной поверхности – заряд противоположного знака (n – концентрация электронов, e – заряд электрона). Значит, между поверхностями пластины появляется электрическое поле, такое же, как в плоском конденсаторе. Под действием этого поля электроны приходят в движение, начинает течь ток, и «конденсатор» разряжается. Однако по инерции электроны продолжают движение и после того, как заряд на поверхностях уменьшается до нуля, в результате «конденсатор» снова заряжается до той же величины заряда, но уже с противоположным знаком. Затем все происходит в обратную сторону, и т.д. Покажите прямым вычислением, что частота этих колебаний – она называется плазменной частотой – есть $\omega_{pl}=(e^2n/\varepsilon_0 m)^{1/2}$, где m – масса электрона.

2. Пространство заполнено ионизированным газом. Для простоты будем считать, что двигаться могут лишь свободные электроны, а положительные ионы имеют гораздо большую массу и могут считаться неподвижными. Концентрация электронов n, заряд e, масса m. Исследуйте, могут ли в таких условиях распространяться электромагнитные волны, и если да, то какие. Для этого 1) Напишите уравнения Максвелла для полей E и B в вакууме, но с учетом тока. Ограничьтесь для простоты одномерным случаем (поле E и плотность тока j по оси x, поле B по оси y). 2) Воспользовавшись законом Кулона и 2-м законом Ньютона, получите для плотности тока формулу $dj/dt=(e^2/m)E$. 3) Посмотрите, можно ли вывести из полученной системы уравнений волновое уравнение для какой-нибудь величины (например, E, B или j). 4) Поищите решение полученной системы уравнений в виде монохроматической волны $E(z,t)=E_0\exp(-ikz+i\omega t)$ (и то же самое для B и j). Найдите связь между частотой ω и волновым вектором k, которая удовлетворяет этому решению (эта зависимость $\omega(k)$ называется законом дисперсии), и вычислите фазовую скорость волны $v_{ph}=\omega/k$. Как она соотносится со скоростью света? 5) Покажите, что минимальная частота волн, которые могут распространяться в плазме, равняется плазменной частоте ω_{pl}. Что происходит при $\omega< \omega_{pl}$?

3. Воспользовавшись результатом предыдущей задачи, оцените минимальную частоту электромагнитных волн, которые могут распространяться в корональном газе Галактики ($n\approx 3\times 10^{-3}$ см$^{-3}$), в ионосфере Земли ($n\approx 3\times 10^{5}$ см$^{-3}$) и в типичном металле ($n\approx 10^{23}$ см$^{-3}$).