

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.6

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ $C_p/C_v$ ВОЗДУХА МЕТОДОМ КЛЕМАНА–ДЕЗОРМА И РАСЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПРОЦЕССАХ

Цель работы: экспериментальное определение отношения теплоемкостей  $C_p/C_v$  для воздуха и расчет изменения энтропии идеального газа при различных процессах.

Литература: [4] гл. 5 §§ 5.1–5.3; [7] гл. 7 §§ 7.1–7.3; [11] гл. II §§ 20–22, гл. III § 40–42; [19] гл. 1 §§ 1.3, 1.4, гл. 3 §§ 3.1–3.3.

Приборы и принадлежности: стеклянный сосуд с краном, ручной насос, манометр.

### ВВЕДЕНИЕ

Для описания поведения термодинамических систем Клаузиус ввел функцию состояния, названную им энтропией. Если система получает от окружающих тел (или отдает им) тепло  $dQ$ , то ее энтропия меняется на величину

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (1)$$

Соотношение (1) справедливо для равновесных процессов. Для неравновесных процессов

$$dS > \frac{dQ}{T}. \quad (2)$$

При адиабатическом ( $dQ=0$ ) равновесном процессе, согласно (1),  $dS=0$ , то есть энтропия не меняется (поэтому такой процесс называют также изоэнтропным). При неравновесном адиабатическом процессе энтропия возрастает, согласно (2).

Энтропия является функцией состояния, то есть ее изменение не зависит от типа процесса, а однозначно определяется значениями макропараметров в начальном состоянии 1 и конечном состоянии 2:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

(интеграл можно брать по любому равновесному “пути”). Энтропия системы может быть выражена через любую пару параметров: (P,V), (P,T) или (V,T). Для идеального газа в переменных (P,V) и (P,T) энтропия определяется выражениями:

$$S(P, V) = \nu(C_V \ln P + C_P \ln V) + const, \quad (3)$$

$$S(P, T) = \nu(C_P \ln T - R \ln P) + const' \quad (4)$$

(она определена с точностью до постоянного слагаемого). Здесь  $\nu$  - число молей газа,  $R$  - универсальная газовая постоянная,  $C_V$  и  $C_P$  - молярные теплоемкости при постоянном объеме и давлении, соответственно.

В отличие от энтропии, теплоемкость газов существенно зависит от типа процесса, то есть является функцией процесса, а не состояния. В разных процессах теплоемкость может принимать самые разные значения: быть положительной, отрицательной, бесконечно большой или же равной нулю. Если в течение всего процесса теплоемкость газа неизменна, то такой процесс называют политропическим. Для идеального газа уравнение политропического процесса имеет вид:

$$PV^n = const, \quad (5)$$

где  $n$  - любое действительное число - называют показателем политропы. Молярная теплоемкость газа  $C$  в политропическом процессе связана со значением  $n$  соотношением:

$$C = \frac{nC_V - C_P}{n-1}. \quad (6)$$

При адиабатическом равновесном процессе  $C=0$ , и, как видно из (6), показатель политропы оказывается равным отношению  $C_P/C_V$ . Это отношение называют постоянной адиабаты и обозначают буквой  $\gamma$ . Уравнение равновесного адиабатического процесса для идеального газа (уравнение Пуассона):

$$PV^\gamma = const. \quad (7)$$

Значением постоянной адиабаты  $\gamma$  однозначно определяются теплоемкости  $C_V$  и  $C_P$  идеального газа, так как они связаны уравнением Майера  $C_P = C_V + R$  [1]. Поэтому

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}, \quad C_P = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (8)$$

Согласно же выводам классической молекулярно-кинетической теории идеальных газов,  $C_V$ ,  $C_P$  и  $\gamma$  определяются числом степеней свободы  $i$  молекул газа:

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_P = \frac{i+2}{2} R, \quad g = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{2} \quad (9)$$

В данной лабораторной работе экспериментально определяется постоянная адиабаты воздуха, а также рассчитывается изменение энтропии определенной массы воздуха при различных процессах и его молярная теплоемкость в некоторых процессах.

Одним из самых простых методов определения  $\gamma$  для газов является метод адиабатического расширения (метод Клемана и Дезорма). Метод заключается в следующем. В сосуд, снабженный открытым манометром для измерения давления в этом сосуде и краном для соединения воздуха в сосуде с атмосферой, накачивают при закрытом кране немного воздуха. Через некоторое время температура воздуха в сосуде станет равной комнатной  $T_1$ , давление  $P_1$  будет несколько выше атмосферного (первое состояние газа).

Затем открывают кран и закрывают его опять в тот момент, когда давление  $P_2$  в сосуде станет равным атмосферному (причем сделать это надо как можно быстрее, чтобы теплообменом, происходящим за это время через стенки сосуда, можно было пренебречь). В результате адиабатического расширения температура воздуха в сосуде понизится до  $T_2$  (второе состояние газа).

С течением времени температура воздуха в сосуде будет повышаться и достигнет комнатной температуры  $T_1$ , давление повысится до значения  $P_3$  (третье состояние).

Переход газа из первого состояния во второе происходит адиабатически и подчиняется уравнению Пуассона (7), которое в этом случае удобно записать в переменных (P, T):

$$\frac{P_1^{\gamma-1}}{T_1^\gamma} = \frac{P_2^{\gamma-1}}{T_2^\gamma}. \quad (10)$$

Изохорический переход из второго состояния в третье может быть описан уравнением Гей-Люссака:

$$\frac{P_3}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}. \quad (11)$$

Исключая из уравнений (10) и (11) температуру, найдем:

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^\gamma.$$

Подставляя в это равенство значения давлений  $P_1$  и  $P_3$ , выраженные через атмосферное давление  $P_2$  и разность столбов воды в манометре:

$$P_1 = P_2 + \rho gh_1, \quad P_3 = P_2 + \rho gh_2 \quad (\rho - \text{плотность воды}),$$

получим:

$$\left(1 + \frac{\rho gh_1}{P_2}\right)^{\gamma-1} = \left(1 + \frac{\rho gh_2}{P_2}\right)^\gamma.$$

В условиях опыта  $\frac{\rho gh_1}{P_2}$  и  $\frac{\rho gh_2}{P_2}$  значительно меньше единицы, поэтому с достаточной точностью можно ограничиться лишь двумя первыми членами биномов, что дает:

$$1 + \frac{\rho gh_1}{P_2}(\gamma-1) \approx 1 + \frac{\rho gh_2}{P_2}\gamma.$$

Отсюда нетрудно получить расчетную формулу для  $\gamma$ :

$$g \gg \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (12)$$

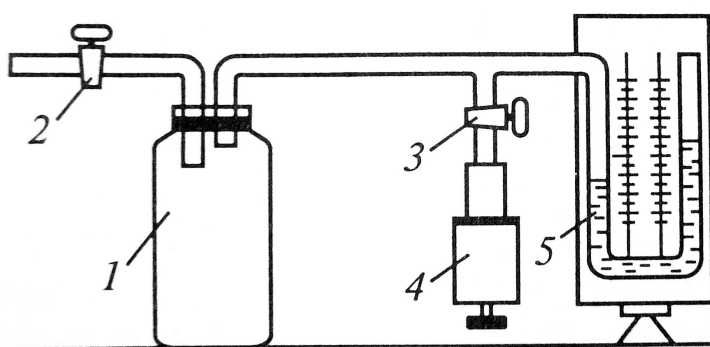
Если же расширение газа из первого состояния во второе производится более медленно, то вследствие притока тепла из окружающей среды процесс уже не будет являться адиабатическим, но может считаться политропическим, так как относительное изменение параметров состояния

очень мало (порядка  $10^{-2}$ ). В этом случае вместо уравнения Пуассона (7) следует использовать уравнение политропы (5), которое отличается от (7) лишь заменой  $\gamma$  на  $n$ . Поэтому по значениям  $h_1$  и  $h_2$  можно вычислить показатель этой политропы  $n$  по формуле, аналогичной (12):

$$n \approx \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

## ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема экспериментальной установки для определения отношения теплоемкостей воздуха методом Клемана и Дезорма представлена на рисунке 5.6.1.



Тонкостенный сосуд 1 емкостью 25 л, соединяющийся с открытым манометром 2 и насосом 3, при помощи крана 4 может соединяться с атмосферой. Кран 5 позволяет изолировать насос 3 от сосуда 1.

Рис. 5.6.1

Избыточное по сравнению с атмосферным давление воздуха в сосуде 1 измеряется U-образным манометром 2, заполненным водой.

## ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

**Задание 1.** Определение  $\gamma$  воздуха.

1. При закрытом кране 4 с помощью насоса наполните баллон воздухом до давления  $P_0$ , превышающего атмосферное на  $h_0=20-30$  см водяного столба, и перекройте кран 5. Зафиксируйте величину  $h_0$  в протоколе.

При накачке температура в баллоне немного повысилась. Подождите, пока в результате изохорического охлаждения температура воздуха в баллоне

вернется к комнатной  $T_1$ . Убедившись, что столбики воды в манометре перестали перемещаться, зафиксируйте разность уровней  $h_1$ .

Быстро откройте кран 4 и, как только уровни воды в коленах манометра сравняются, закройте его (это выравнивание происходит практически мгновенно).

Снова дождитесь установления термодинамического равновесия с окружающей средой и определите по манометру избыточное давление  $h_2$ .

По полученным данным вычислите  $\gamma$ .

Повторите опыт 11–15 раз. Результаты измерений и вычислений представьте в виде таблицы. Рассчитайте среднее значение  $\gamma$  и оцените погрешность его определения. По значению  $\gamma_{\text{ср}}$  вычислите молярные теплоемкости  $C_V$  и  $C_P$ . Сравните полученные значения с выводами молекулярно-кинетической теории (9).

2. Повторите опыт 3-4 раза, медленно поворачивая кран 4 (чтобы расширение до установления атмосферного давления продолжалось несколько секунд).

Рассчитайте для каждого опыта значение показателя политропы  $n$  и молярную теплоемкость  $C$  в процессе расширения. Положительна или отрицательна  $C$  в этом процессе? Объясните результат.

**Задание 2.** Расчет изменения энтропии воздуха при различных процессах.

1. Используя выражение (3) для энтропии через параметры ( $P$ ,  $V$ ), рассчитайте изменение энтропии воздуха в баллоне  $\Delta S_1$  при изохорическом остывании его после окончания накачки до комнатной температуры. Для расчета воспользуйтесь результатами любого из опытов первой серии.

Предварительно определите с помощью закона Менделеева-Клапейрона, сколько молей воздуха  $\nu_1$  находилось в баллоне после накачки (комнатная температура и атмосферное давление определяются по показаниям приборов в лаборатории).

При расчетах  $\Delta S$  следует учесть, что относительные изменения параметров малы, поэтому можно использовать формулы приближенных вычислений:

$$\ln(1+x) \approx x, \quad \frac{1}{1+x} \approx 1-x, \quad x \ll 1.$$

2. Рассчитайте изменение энтропии  $\Delta S_2$  первоначального количества газа  $\nu_1$  при его быстром расширении. Для расчета воспользуйтесь результатами того же опыта, что и в предыдущем пункте. В этом случае удобнее использовать выражение (4) для энтропии через координаты (P, T).

Предварительно определите температуру  $T_2$  в баллоне после окончания быстрого расширения (она легко вычисляется по данным последующего изохорического нагревания).

Сравните полученное значение  $\Delta S_2$  с ожидаемым теоретическим значением. Получили бы мы  $\Delta S_2$  в точности равным нулю, если бы могли произвести расширение сколь угодно быстро?

3. Рассчитайте  $\Delta S_2$  при более медленном расширении по результатам одного–двух опытов второй серии.

Увеличилась или уменьшилась энтропия при этом процессе? Объясните, почему. Как связаны быстрота процесса расширения и изменение энтропии при этом?

## ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. По данным одного из опытов рассчитайте: какая масса воздуха накачана в баллон; до какой температуры нагрелся воздух в результате накачки; какая масса воздуха выпущена из баллона при открывании крана.

2. Вычислите  $\gamma$  воздуха при 100% влажности, нормальном давлении и комнатной температуре. При каких условиях влияние паров воды на теплоемкость воздуха может быть существенным?

3. При каких значениях показателя политропы газ нагревается при сжатии? охлаждается при сжатии? его теплоемкость отрицательна?

4. Как теплоемкость газов зависит от температуры? Как объясняется эта зависимость?

5. Увеличивается или уменьшается энтропия газа в процессах: изобарического расширения, изотермического расширения, изохорического охлаждения, адиабатического расширения в пустоту?