

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.4*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ПАРОВ ВОДЫ И СПИРТА В ВОЗДУХЕ

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента диффузии паров воды и спирта в воздухе.

Литература: [4] гл. 5 §§ 5.1–5.3; [7] гл. 7 §§ 7.1–7.3; [19] гл. 6 §§ 6.2–6.3.

Приборы и принадлежности: электронные аналитические весы, фторопластовая подложка, шприцы с водой и со спиртом, секундомер.

ВВЕДЕНИЕ

Диффузией называется явление проникновения двух соприкасающихся веществ друг в друга. В данной работе определяют коэффициент диффузии водяных паров и спирта в воздухе при испарении капли воды и спирта, считая диффузию стационарной.

Масса пара dm , диффундировавшего через площадку dS за время dt , определяется уравнением Фика:

$$dm = -D \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot dS dt, \quad (1)$$

где $\frac{\partial \rho}{\partial r}$ – градиент плотности водяного пара, D – коэффициент диффузии.

Капля на несмачивающей подложке принимает в поле тяжести сплюснутую форму, которую для простоты будем считать полусферической. В стационарных условиях поток массы через полусферу произвольного радиуса r постоянен и равен

$$\frac{dm}{dt} = -2\pi r^2 D \frac{\partial \rho}{\partial r} = const. \quad (2)$$

Отсюда следует, что

$$r^2 \frac{\partial \rho}{\partial r} = C_1 = const. \quad (3)$$

Из (3) можно найти градиент плотности пара:

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{C_1}{r^2}. \quad (4)$$

Подставив (4) в уравнение диффузии (1), получим:

$$dm = -D \cdot dS \cdot dt \frac{C_1}{r^2}. \quad (5)$$

Для определения постоянной C_1 запишем закон изменения плотности ρ паров от расстояния r . Интегрируя (4), получаем:

$$\rho(r) = \int \frac{C_1}{r^2} dr + C_2 = -\frac{C_1}{r} + C_2. \quad (6)$$

Постоянную C_2 найдем из краевых условий задачи. Внутри капли плотность воды не изменяется с изменением r . На расстояниях $r \gg R$, где R – радиус капли, плотность паров убывает согласно уравнению (6), причем при $r \rightarrow \infty$ $\rho \rightarrow f\rho_{н.н.}$, где f – относительная влажность воздуха, $\rho_{н.н.}$ – плотность насыщенных паров. Отсюда $C_2 = f\rho_{н.н.}$. В то же время при $r = R$ плотность пара $\rho = \rho_{н.н.}$. Следовательно, $C_1 = -\rho_{н.н.}(1-f)R$, и в результате

$$\rho = \rho_{н.н.}(1-f)\frac{R}{r} + f\rho_{н.н.}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial r} = -\frac{\rho_{н.н.}(1-f)R}{r^2}. \quad (7)$$

Подставляя это значение градиента плотности в (1), получаем:

$$dm = D \cdot dS \cdot dt \frac{\rho_{н.н.}(1-f)R}{r^2}. \quad (8)$$

Если условия опыта стационарны, то масса паров, диффундировавших за время dt через полусферическую поверхность с радиусом r , равна:

$$dm = D \cdot 2\pi r^2 \frac{\rho_{н.н.}(1-f)R}{r^2} dt = D \cdot 2\pi \rho_{н.н.}(1-f)R dt. \quad (9)$$

В то же время при уменьшении радиуса полусферической капли от R до $(R-dR)$ изменение её массы dm_k будет равно:

$$dm_k = \rho_{жс} 2\pi R^2 dR, \quad (10)$$

где $\rho_{жс}$ – плотность жидкости.

Учитывая, что убыль массы капли равна массе диффундировавшего пара: $dm_k = -dm$, с помощью уравнений (9) и (10) можно связать коэффициент диффузии D со скоростью изменения радиуса капли R :

$$D = -\frac{\rho_{жк}}{\rho_{н.н.}(1-f)} \cdot R \frac{dR}{dt}. \quad (11)$$

В данной работе будет измеряться не радиус, а масса испаряющейся полусферической капли в зависимости от времени. Выразим радиус капли через ее массу m (в дальнейшем для краткости мы опускаем индекс «к» у

массы капли): $R = \left(\frac{3m}{2\pi\rho_{жк}}\right)^{1/3}$. Как видно из (10), $\frac{dR}{dt} = \frac{1}{\rho_{жк} 2\pi R^2} \cdot \frac{dm}{dt}$. Поэтому

формула (11) может быть преобразована к виду:

$$D = -\frac{1}{2\pi\rho_{н.н.}(1-f)} \cdot \left(\frac{2\pi\rho_{жк}}{3m}\right)^{1/3} \frac{dm}{dt}.$$

Учитывая, что $m^{-1/3} \frac{dm}{dt} = \frac{3}{2} \frac{d(m^{2/3})}{dt}$, получим:

$$D = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2\pi\rho_{н.н.}(1-f)} \cdot \left(\frac{2\pi\rho_{жк}}{3}\right)^{1/3} \frac{d(m^{2/3})}{dt},$$

или

$$D = \frac{1}{2\rho_{н.н.}(1-f)} \cdot \left(\frac{9\rho_{жк}}{4\pi^2}\right)^{1/3} \cdot \left|\frac{d(m^{2/3})}{dt}\right|. \quad (12)$$

Из полученного выражения ясно, что для экспериментального определения D необходимо измерить изменение массы капли со временем при стационарных условиях.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка состоит из электронных аналитических весов, измеряющих вес капли с точностью до 0,1 мг, и подложки из фторопласта, на которую из шприца выдавливаются капли исследуемой жидкости. При испарении капли показания весов непрерывно изменяются. Отсчет времени производится по секундомеру. Температура воздуха и его относительная влажность измеряются с помощью психрометра.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Включите электронные аналитические весы и оставьте их прогреться на 10 минут.

Задание 1. Измерение массы испаряющейся капли воды.

Положите на весы фторопластовую подложку. Выждав несколько секунд, нажмите левую кнопку «Zero/Tare». Дождитесь обнуления показаний весов. Из шприца с водой аккуратно выдавите на середину подложки каплю воды (предварительно потренируйтесь, выдавив несколько капель на лист бумаги). Начальная масса капли должна составлять от 2 до 4 мг. Закройте боковые дверцы весов. Наблюдайте за показаниями весов. Через несколько секунд они стабилизируются. Когда вес капли уменьшится на 0,1 мг (единицу последнего разряда показаний весов), включите секундомер. Фиксируйте моменты времени, когда показания весов будут уменьшаться на 0,1 мг. Записывайте в таблицу значения массы испаряющейся капли m и соответствующие значения времени t . Доведите измерения до того момента, когда масса капли будет составлять 0,5 – 0,3 мг. Полное время измерения может составить от 20 до 30 минут, в зависимости от начальной массы капли.

Задание 2. Измерение массы испаряющейся капли спирта.

Повторите измерения, описанные в задании 1, для капли спирта. Учтите, что спирт испаряется гораздо быстрее, поэтому надо внимательно наблюдать за показаниями весов, успевая фиксировать время. Проведите измерения зависимости массы от времени для трёх капель спирта (каждое измерение займет около трех минут).

Задание 3. Расчет коэффициентов диффузии молекул воды и спирта в воздухе.

Для каждого измерения постройте график, откладывая по оси абсцисс время t , а по оси ординат – $m^{2/3}$. Пользуясь графиком, определите

производную $\frac{d(m^{2/3})}{dt}$ и рассчитайте коэффициент диффузии по формуле (12). Значение плотности насыщенных водяных паров при температуре опыта определите по таблице 1, относительной влажности воздуха f – с помощью психрометра.

При расчете D спирта в формуле (12) надо положить $f=0$. Плотность насыщенных паров этилового спирта C_2H_5OH при 17- 22 °С $\rho_{н.п.} \approx 110$ г/м³.

Задание 4. Оценка средней длины свободного пробега молекул воды и спирта в воздухе.

Вычислите среднюю скорость молекул воды и спирта по формуле $\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{RT}{M}}$, где R – молярная газовая постоянная, M – молярная масса. Из формулы $D = \frac{1}{3} \bar{v} \lambda$ найдите длину свободного пробега λ молекул водяного пара и спирта в воздухе.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Длина свободного пробега молекул зависит от концентрации газа n и сечения рассеяния $\sigma = \pi d^2$ (d – эффективный диаметр молекул):

$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \sigma}$. Подумайте, как следует изменить эту формулу, чтобы оценить длину свободного пробега молекул воды или спирта в воздухе.

2. Как зависит длина свободного пробега молекул от давления и температуры? При каком давлении средняя длина свободного пробега молекул воздуха равна 1 мм, если при атмосферном давлении она равна $6 \cdot 10^{-6}$ см?

3. Как зависит коэффициент диффузии газа от давления и температуры?

4. Исходя из дифференциального уравнения (11), рассчитайте, за какое время радиус капли уменьшится вдвое.

5. Пользуясь соображениями размерностей, определите зависимость среднего диффузионного смещения частиц от времени.

6. Если запах пахучего вещества распространяется путем диффузии на расстояние 1 м за время t_1 , то за какое время t_2 он распространится на 10 метров?

СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ

1. Плотность ρ насыщенного водяного пара при различных температурах t

температура, °С	$\rho_{н.п.}$, г/м ³	температура, °С	$\rho_{н.п.}$, г/м ³	температура, °С	$\rho_{н.п.}$, г/м ³
13	11,4	17	14,5	21	18,3
14	12,1	18	15,4	22	19,4
15	12,8	19	16,3	23	20,6
16	13,6	20	17,3	24	21,8

2. Коэффициент диффузии D (при атмосферном давлении)

Диффундирующее вещество	Основной компонент	Температура, t °С	Коэффициент диффузии, м ² /сек
Пары воды	Воздух	0	$0,23 \cdot 10^{-4}$
Пары этилового спирта	Воздух	0	$0,10 \cdot 10^{-4}$

3. Таблица значений $k^{2/3}$ для $k = 5,0 \dots 0,3$

k	$k^{2/3}$	k	$k^{2/3}$
5,0	2,92	0,9	0,93
4,9	2,88	0,8	0,86
4,8	2,85	0,7	0,79
4,7	2,81	0,6	0,71
4,6	2,77	0,5	0,63
4,5	2,73	0,4	0,54
4,4	2,69	0,3	0,45
4,3	2,64		
4,2	2,60		
4,1	2,56		
4,0	2,52		
3,9	2,48		
3,8	2,44		
3,7	2,39		
3,6	2,35		
3,5	2,31		
3,4	2,26		
3,3	2,22		
3,2	2,17		
3,1	2,13		
3,0	2,08		
2,9	2,03		
2,8	1,99		
2,7	1,94		
2,6	1,89		
2,5	1,84		
2,4	1,79		
2,3	1,74		
2,2	1,69		
2,1	1,64		
2,0	1,59		
1,9	1,53		
1,8	1,48		
1,7	1,42		
1,6	1,37		
1,5	1,31		
1,4	1,25		
1,3	1,19		
1,2	1,13		
1,1	1,07		
1,0	1,0		