

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.1

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМОЭЛЕКТРОНОВ ПО СКОРОСТЯМ

Цель работы: экспериментальное исследование распределения Максвелла.

Литература: [4] гл. 3 §§ 3.1, 3.2; [7] гл. 2 §§ 2.6, 2.7; [19] гл. 2 §§ 2.2–2.3.

Приборы и принадлежности: электронная лампа – пентод 6П9, выпрямитель ВУП-2, выпрямитель ВС-24М, миллиамперметр, сопротивления (5 МОм, 200 Ом), вольтметр.

ВВЕДЕНИЕ

В замкнутом сосуде, наполненном газом, при температуре T устанавливается термодинамическое равновесие, которое характеризуется определенным распределением молекул по скоростям – распределением Максвелла. Среднее число молекул в единице объема \bar{dn} , скорость которых заключена между v и $v + dv$, равно произведению средней концентрации молекул идеального газа \bar{n} на вероятность $dP(v)$ того, что скорость молекулы лежит в интервале $v \div v + dv$:

$$\bar{dn} = \bar{n}dP(v). \quad (1)$$

В зависимости от выбранной системы координат вид функции $dP(v)$ различен. В декартовой системе:

$$dP(\vec{v}) = Ce^{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}} dv_x dv_y dv_z; \quad (2)$$

в цилиндрической системе координат

$$dP(\vec{v}) = Ce^{-\frac{m(v_r^2 + v_z^2)}{2kT}} v_r dv_r dv_z d\varphi; \quad (3)$$

в сферической системе координат

$$dP(\vec{v}) = Ce^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 \sin \theta dv d\theta d\varphi. \quad (4)$$

Здесь С – нормировочная константа, остальные обозначения являются общепринятыми.

Интегрируя (4) по всем возможным значениям углов ϕ и θ , можно найти вероятность $dP(v)$ того, что молекула имеет абсолютную величину скорости в интервале от v до $v + dv$:

$$dP(v) = 4\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\alpha^2 v^2} dv, \text{ где } \alpha = m/2kT. \quad (5)$$

Функция $F(v) = \frac{dP(v)}{dv}$ обращается в нуль при $v=0$ и $v \rightarrow \infty$, имеет максимум при

$$v = v_0 = \alpha^{-1/2} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (6)$$

(скорость v_0 называют наивероятнейшей).

Изучать функцию распределения $F(v)$ удобно в так называемом приведенном виде, приняв в качестве переменной безразмерную величину $u = \frac{v}{v_0}$ (ее называют приведенной скоростью). Приведенная функция распределения имеет вид:

$$F(u) = \frac{dP(u)}{du} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2}. \quad (7)$$

График этой функции изображен на рисунке 5.1.1. Максимум функции $F(u)$

достигается при $u=1$, значение функции в максимуме равно $\frac{4}{e\sqrt{\pi}} \approx 0,83$.

Экспериментальная проверка распределения молекул по скоростям является одной из важнейших задач молекулярной физики. Существует несколько методов, прямых и косвенных, доказывающих справедливость этого закона. В лабораторной работе для исследования вида функции распределения по скоростям предлагается метод задерживающего потенциала.

Суть метода состоит в следующем. Известно, что электронный газ, который образуется в пространстве между катодом и управляющей сеткой

электронной лампы вследствие термоэлектронной эмиссии, подчиняется статистике Максвелла. В многоэлектродной лампе типа пентода электронное облако из-за конструктивных особенностей лампы обладает осевой симметрией (катод, анод и сетка представляют собой коаксиальные цилиндры). Для описания статистических свойств электронного газа в этом случае удобно применять формулу (3).

Если электроны, вылетающие из облака, заставить проходить через задерживающее радиальное электрическое поле, то при некоторой разности потенциалов U_3 преодолеть влияние поля могут только те электроны, у которых радиальная составляющая скорости удовлетворяет условию

$$\frac{mv_r^2}{2} \geq eU_3,$$

где e – заряд электрона, v_r – радиальная составляющая скорости электрона.

Определим число электронов, пролетающих через тормозящее поле в единицу времени, и возникающий анодный ток.

Сначала, пользуясь формулами (1) и (3), определим число электронов, имеющих значение радиальной составляющей скорости в интервале от v_r до $v_r + dv_r$. Интегрируя (1) с учетом выражения (3) по азимутальному углу ϕ в пределах от 0 до 2π и по компоненте скорости v_z от $-\infty$ до $+\infty$, получим:

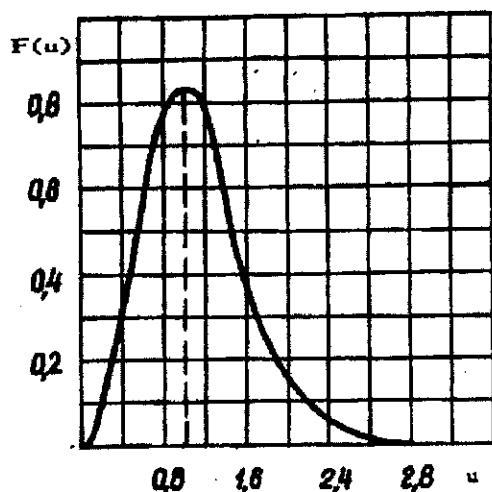


Рис. 5.1.1

$$\overline{dn_{v_r}} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^{+\infty} dv_z \bar{n} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} e^{-\alpha v_z^2} e^{-\alpha v_r^2} v_r dv_r = \bar{n} 2\pi \left(\frac{\alpha}{\pi} \right) e^{-\alpha v_r^2} v_r dv_r.$$

Число электронов $\overline{dn_{v_r}}$, проходящих через поверхность цилиндрического электрода в единицу времени, равно $v_r \overline{dn_{v_r}}$, т.е.

$$\overline{\Delta n_{v_r}} = \bar{n} 2\pi \left(\frac{\alpha}{\pi} \right) e^{-\alpha v_r^2} v_r^2 dv_r.$$

Наконец, число электронов $\overline{n_{v_r}}$, пролетающих в единицу времени через пространство с запирающим потенциалом U_3 , определяется общим числом

электронов, скорости которых превышают $v_r^0 = \sqrt{\frac{2eU_3}{m}}$:

$$\bar{n}_{v_r} = \int_{v_r^0}^{\infty} 2\pi \bar{n} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right) e^{-\alpha v_r^2} v_r^2 dv_r. \quad (8)$$

Из (8) видно, что общее число электронов, пролетающих в единицу времени через тормозящее поле, равно интегралу с переменным нижним пределом от выражения, совпадающего с точностью до постоянного множителя с распределением Максвелла (5). Число электронов, достигающих анода за единицу времени, определяет величину анодного тока: $I_a = e \bar{n}_{v_r}$.

Меняя значение задерживающей разности потенциалов, можно получить функцию $I_a = f(\sqrt{U_3})$, производная которой по $\sqrt{U_3}$ представляет собой функцию, вид которой совпадает (с точностью до постоянного множителя) с распределением Максвелла по скоростям (5).

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

В работе распределение Максвелла проверяется на установке, электрическая схема которой приведена на рисунке 5.1.2. В качестве электронной лампы применяется пентод БП9. Электронное облако образуется в пространстве катод–управляющая сетка, потенциалы которых практически одинаковы. Между сетками g_2 и g_1 с помощью выпрямителя ВС-24М создается тормозящее поле. Для более точной регулировки запирающего напряжения U_3 в цепь включен потенциометр R_n , на который подается напряжение 15 В с прибора ВС-24М после предварительной стабилизации.

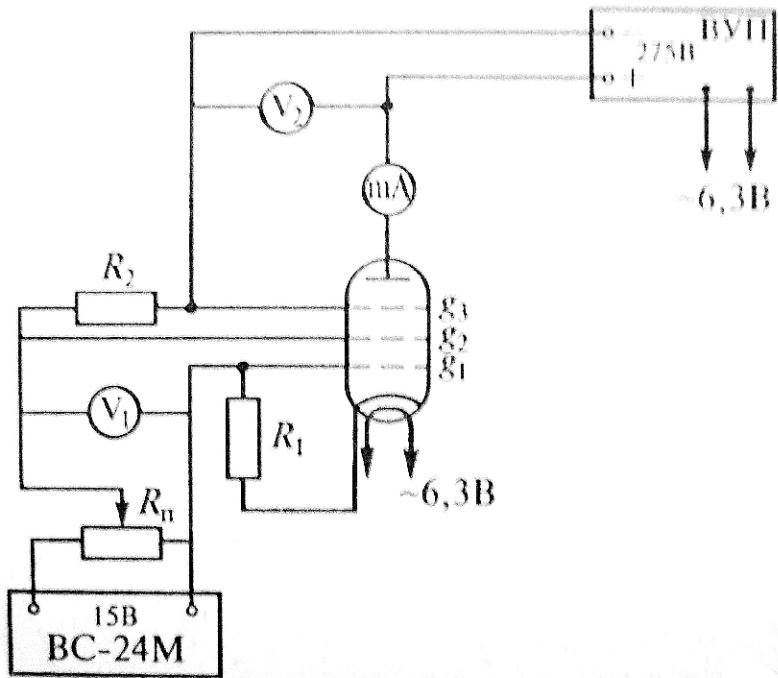


Рис. 5.1.2

Электроны, пролетающие пространство с тормозящим полем, проходят затем ускоряющее поле между анодом и последней сеткой g_3 . Ускоряющая разность потенциалов создается выпрямителем (ВУП-2). Разность потенциалов между анодом и сеткой g_3 подбирается так, чтобы обеспечить в анодной цепи ток насыщения. При этом все электроны, скорость которых превышает v_r^0 , попадают на анод. Между сетками g_2 и g_3 включен резистор R_2 , сопротивление утечки которого равно 5 МОм.

Электрическая схема включения пентода позволяет свести к минимуму влияние изменения разности потенциалов между сетками g_1 и g_2 на плотность электронов в околоскатодном пространстве, а также взаимное влияние источников питания в анодной цепи и в цепи, где создается задерживающая

разность потенциалов, что существенно при проверке закона распределения электронов по скоростям.

На измерительном стенде расположены панель для установки лампы 1, миллиамперметр 2 для

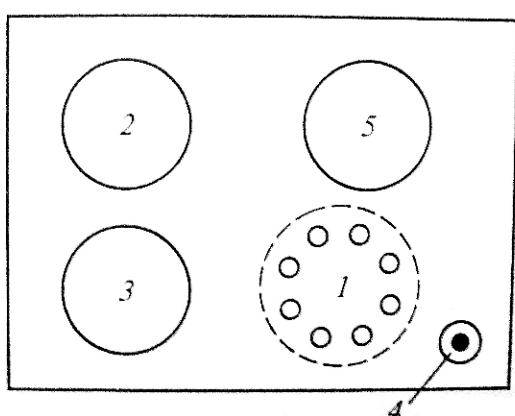


Рис. 5.1.3

измерения анодного тока, вольтметр 3 для измерения запирающего напряжения, а в нижнем правом углу стенда расположена ручка 4 потенциометра для точной регулировки запирающего напряжения; вольтметр 5 предназначен для измерения анодного напряжения (рис. 5.1.3).

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение экспериментальной зависимости I_a от $\sqrt{U_3}$.

Соберите схему согласно рисунку 5.1.2.

При помощи ручки управления выпрямителя ВУП-2 установите анодное напряжение 275 В, обеспечивающее ток насыщения в анодной цепи.

Установите на вольтметре выпрямителя ВС-24М напряжение 15 В, которое подается на потенциометр.

При помощи ручки 4 изменяйте задерживающее напряжение U_3 от 0 до 10 В, причем в интервале от 0 до 3 В меняйте его через 0,2 В, в интервале от 3 до 10 В – через 0,5 В. Для каждого значения задерживающего потенциала фиксируйте анодный ток. Подобного рода измерения проведите три раза.

Результаты измерений занесите в таблицу и, определив средние значения анодного тока при каждом значении задерживающего потенциала, постройте график

$$I_a = f(\sqrt{U_3}) \quad (9)$$

Задание 2. Определение распределения термоэлектронов по скоростям.

Продифференцируйте экспериментальную функцию (9)

$$\frac{\partial I_a}{\partial (\sqrt{U_3})} = f_1(\sqrt{U_3}) = \frac{\partial f(\sqrt{U_3})}{\partial (\sqrt{U_3})}, \quad (10)$$

которая с точностью до постоянного множителя должна совпадать с функцией распределения Максвелла (10). Дифференцирование производится или графически, или на компьютере с помощью специальной программы.

При графическом дифференциировании функции рекомендуется следующий порядок действий.

1. Определите абсциссу точки перегиба графика $(\sqrt{U_3})_0$ и значение производной в точке перегиба f_{10} .
2. Найдите значения производной f_1 еще примерно в 10 точках графика.
3. Произведите нормировку переменных экспериментальной функции f_1 как по оси абсцисс, так и по оси ординат. Цель этой нормировки – добиться того, чтобы полученная в эксперименте функция f_1 и приведенная функция Максвелла $F(u)$ совпадали в точке максимума. Для этого рассчитайте нормировочные коэффициенты K_x и K_y следующим образом:

$$K_x = \frac{1}{(\sqrt{U_0})_0}, \quad K_y = \frac{0,83}{f_{10}}.$$

Результаты представьте в виде таблицы.

Постройте график нормированной функции, откладывая по оси абсцисс величину $K_x \cdot \sqrt{U_0}$, а по оси ординат – $K_y \cdot f_1$.

4. Для сравнения с теоретической кривой распределения Максвелла постройте в тех же координатных осях функцию $F(u)$ с помощью табл. 1. Точки максимума этих двух графиков должны совпадать.

Таблица 1. Значения приведенной функции Максвелла

u	F(u)	u	F(u)	u	F(u)
0.2	0.087	1.0	0.830	1.8	0.286
0.4	0.308	1.2	0.770	2.0	0.166
0.6	0.567	1.4	0.623	2.2	0.086
0.8	0.762	1.6	0.447	2.4	0.041

Таблица 2. Интегралы от приведенной функции Максвелла $I(u) =$

$$\int_u^{\infty} f(u) du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_u^{\infty} u^2 e^{-u^2} du$$

<i>u</i>	<i>I(u)</i>	<i>u</i>	<i>I(u)</i>
0,1	0,9992	1,1	0,4900
0,2	0,9941	1,2	0,4105
0,3	0,9807	1,3	0,3370
0,4	0,9582	1,4	0,2702
0,5	0,9190	1,5	0,2123
0,6	0,8685	1,6	0,1632

0,7	0,8061	1,7	0,1230
0,8	0,7340	1,8	0,0905
0,9	0,6550	1,9	0,0602
1,0	0,5724	2,0	0,0460

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ПК

Как было сказано выше, для дифференцирования функции могут быть использованы специальные программы: Maxima и её интерфейс wxMaxima, MicroOrigin, Derive. Возможно использование любых других математических пакетов.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Изобразите графики функции распределения Максвелла по x -компонентам скоростей $F(u) = \frac{dP(v_x)}{dv_x}$ для двух разных температур.
2. Чему равны среднее значение скорости, среднее значение квадрата скорости, значение наиболее вероятной скорости для молекул идеального газа?
3. Получите формулу (7) для приведенной функции Максвелла.
4. Каких частиц в равновесной системе больше: со скоростями, большими наиболее вероятной скорости v_0 , или меньшими v_0 ?
5. Как изменяется вид графиков функции Максвелла $F(v)$ при изменении температуры, при изменении массы частиц? Меняется ли при этих условиях вид графиков приведенной функции $F(u)$?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.2

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БРОУНОВСКИХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНОМ ПОЛЕ ТЯЖЕСТИ

Цель работы: изучение закона распределения броуновских частиц в поле тяжести и экспериментальное определение объема броуновской частицы.

Литература: [4] гл. 3 §§ 3.3, 3.4; [7] гл. 2 § 2.8; [19] гл. 2 § 2.4.

Приборы и принадлежности:

часть I: микроскоп, диафрагма, предметное стекло с ванночкой, акварельная краска, вода, покровное стекло, секундомер;

часть II: установка для исследования распределения концентрации броуновских частиц по высоте, два цифровых вольтметра с чувствительностью не менее 10 мкВ или двухкоординатный самописец.

ВВЕДЕНИЕ

В условиях термодинамического равновесия в отсутствие внешних полей вероятность нахождения молекулы идеального газа в окрестности какой-либо точки объема, занимаемого газом, одинакова по всему объему. Именно поэтому концентрация частиц при этих условиях одинакова во всех частях объема.

Однако если газ находится во внешнем поле с потенциальной энергией $E_n(\vec{r})$, то вероятность нахождения частицы в единичном объеме в окрестности точки \vec{r} определяется Больцмановским множителем $e^{-\frac{E_n(\vec{r})}{kT}}$ (здесь k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура). В то же время концентрация частиц пропорциональна вероятности их нахождения в некоторой области объема. Поэтому средние концентрации частиц n_1 и n_2 , соответствующие значениям потенциальной энергии $E_{\Pi 1}$ и $E_{\Pi 2}$, связаны между собой соотношением

$$n_2 = n_1 e^{-\frac{E_{II2} - E_{II1}}{kT}}. \quad (1)$$

Формула (1) выражает так называемое распределение Больцмана. Оно справедливо не только для молекул идеального газа, но и для совокупности любых других классических частиц, находящихся во внешнем поле в состоянии термодинамического равновесия. Например, броуновские частицы, находящиеся в равновесии с молекулами газа или жидкости, подчиняются распределению Больцмана.

Разность потенциальных энергий между двумя уровнями $E_{II2} - E_{II1}$ для броуновских частиц определяется работой A_{12} силы, действующей на частицу при ее перемещении с одного уровня на другой. В частности, для броуновской частицы в жидкости при наличии однородного поля тяжести

$$E_{II2} - E_{II1} = A_{12} = (\rho - \rho_0) g V \Delta h, \quad (2)$$

где ρ , ρ_0 – плотности броуновской частицы и жидкости соответственно, V – объем броуновской частицы, g – ускорение свободного падения, Δh – расстояние между уровнями по вертикали.

Из (1) и (2) можно получить выражение, определяющее объем броуновской частицы:

$$V = \frac{kT \ln \frac{n_1}{n_2}}{g(\rho - \rho_0)\Delta h}, \quad (3)$$

где n_1 и n_2 – средние концентрации частиц в нижнем и верхнем слоях жидкости.

В предлагаемой работе объектом исследования служат частицы мелкотерпой акварельной краски, взвешенные в воде. Эти частицы находятся в состоянии термодинамического равновесия с молекулами воды, и, следовательно, к ним применимы все рассуждения, которые приведены выше. Для вычисления объема этих частиц при помощи соотношения (3) необходимо определить концентрации частиц на двух уровнях, расстояние

между которыми составляет некоторую величину Δh . Броуновские частицы наблюдаются визуально с помощью микроскопа.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Раствор акварельной краски заливается в углубление предметного стекла, закрывается сверху покровным стеклом так, чтобы под ними не было воздушных пузырьков, и закрепляется на предметном столике микроскопа.

Благодаря малой глубине резкости изображения в поле зрения микроскопа можно одновременно видеть частицы краски, находящиеся в очень тонком горизонтальном слое жидкости. Переместив тубус микроскопа на небольшую величину Δh_m , можно наблюдать другой слой жидкости, отстоящий от первого на расстояние $\Delta h = n_v \Delta h_m$, где $n_v = 1,33$ – показатель преломления воды. Перемещение тубуса Δh_m отсчитывается по шкале микрометрического винта. Для ограничения поля зрения в окуляр микроскопа помещается диафрагма (металлическая фольга с небольшим отверстием).

Чтобы определить отношение средних концентраций броуновских частиц $\frac{n_1}{n_2}$ на двух уровнях, на каждом уровне делается не менее 30 подсчетов числа частиц N_i , одновременно наблюдаемых в поле зрения, ограниченном окулярной диафрагмой. Среднее число частиц \bar{N} , наблюдаемых в данном слое, пропорционально концентрации частиц на уровне этого слоя. Поэтому отношение концентраций частиц на разных высотах можно принять равным отношению средних чисел частиц \bar{N}_1 и \bar{N}_2 на соответствующих уровнях.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Наблюдение броуновского движения и определение средних чисел частиц \bar{N}_1 и \bar{N}_2 на двух уровнях.

Начните наблюдение, опустив объектив вплотную к покровному стеклу. Вращая микрометрический винт на себя, поднимайте медленно тубус

микроскопа до тех пор, пока в поле зрения не появятся частицы. Убедитесь, что при небольших перемещениях тубуса изображения одних частиц исчезают, а других появляются.

Вставьте в окуляр микроскопа диафрагму, ограничивающую поле зрения. Выберите нижний уровень так, чтобы в ограниченном поле зрения наблюдалось одновременно 7-9 частиц.

Подсчитайте число частиц, одновременно наблюдающихся в поле зрения. Подсчет проводите 25-30 раз через равные промежутки времени (например, через 10 с). Среднее арифметическое значение числа частиц определит искомое значение \bar{N}_1 (так называемое “выборочное среднее”).

Для определения среднего числа частиц \bar{N}_2 на другом уровне поднимите тубус микроскопа на 30–50 мкм и повторите подобные измерения.

Рассчитайте для каждого уровня среднее число частиц \bar{N} , среднеквадратичную погрешность (выборочную дисперсию) s и среднеквадратичную погрешность (дисперсию) выборочного среднего σ' . Вспомните, что характеризует каждая из этих погрешностей. Каково ожидаемое отличие истинного среднего значения случайной величины от выборочного среднего? (См. Введение к «Лабораторному практикуму по общей и экспериментальной физике» и пример подобного расчета в Приложении к данной работе.)

Задание 2. Определение объема частиц.

Определение объема частиц краски проведите по формуле (3), при этом учтите, что плотность краски равна $\rho = 1,06 \times 10^3$ кг/м³. (Температуру жидкости примите равной комнатной.) Оцените погрешность определения среднего объема броуновских частиц.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Чем объясняется беспорядочное движение частиц, взвешенных в жидкости или в газе (броуновское движение)? Как зависит характер движения броуновских частиц от их размеров?

2. Оцените среднюю скорость броуновских частиц (по результатам данной работы).
3. Рассчитайте объем, приходящийся (в среднем) на одну молекулу воды, и сравните его с объемом броуновской частицы, полученным в работе.
4. Почему рекомендуется произвести большое число отсчетов частиц, видимых в поле зрения микроскопа?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ВОЗДУХА

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента внутреннего трения воздуха по скорости течения воздуха через капилляр.

Литература: [4] гл. 5 §§ 5.1, 5.2, 5.6; гл. 1 § 1.5; [7] гл. 7 §§ 7.1, 7.2, 7.5, 7.6; [10] гл. XII § 97; [19] гл. 6 §§ 6.2–6.3.

Приборы и принадлежности: специальный прибор для определения коэффициента внутреннего трения воздуха, секундомер, мензурка, термометр, барометр.

ВВЕДЕНИЕ

Для реальных жидкостей и газов характерно явление вязкого трения, которое, подобно диффузии и теплопроводности, относится к классу явлений переноса. Если в процессе ламинарного течения разные слои жидкости или газа имеют различные скорости, то при беспорядочном движении молекул эти слои будут обмениваться импульсом упорядоченного движения. В результате этого между слоями возникает сила вязкого трения F , величина которой определяется формулой

$$F = \eta \frac{du}{dx} S, \quad (1)$$

где η – коэффициент вязкости среды, u – скорость течения жидкости или газа, x – координата, перпендикулярная к скорости, вдоль которой происходит изменение скорости движения газа, S – площадь поверхности слоя. Быстрота выравнивания скорости определяется отношением η/ρ , где ρ – плотность газа или жидкости. Величину $\nu = \eta/\rho$ называют кинематической вязкостью, η называют динамической вязкостью.

Из-за вязкости при ламинарном течении воздуха через капилляр скорости течения бесконечно тонких цилиндрических слоев воздуха, расположенных на различных расстояниях от оси цилиндра, будут различны.

Сила трения, действующая на элементарный цилиндрический объем и приложенная к боковой поверхности цилиндра, при установившемся движении воздуха в капилляре уравновешивает разность сил давления, действующих на основания цилиндра. В этом случае объем воздуха ΔV , протекающего через сечение капилляра радиуса r за время τ (при разности давлений Δp на концах капилляра длиной l), определяется формулой Пуазейля:

$$\Delta V = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8 \eta l}. \quad (2)$$

Измерив объем воздуха ΔV , протекший через капилляр за время τ , можно найти вязкость:

$$\eta = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8 \Delta V l}. \quad (3)$$

Подчеркнем, что при выводе (2) плотность воздуха считалась постоянной, а течение ламинарным. В нашей экспериментальной установке перепад давлений составляет менее одного процента от атмосферного, поэтому первое предположение хорошо выполняется. Что касается характера движения (ламинарное или турбулентное), то он определяется безразмерным числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{ur\rho}{\eta}. \quad (4)$$

В гладких трубах круглого сечения переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при $Re \sim 1000$.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ



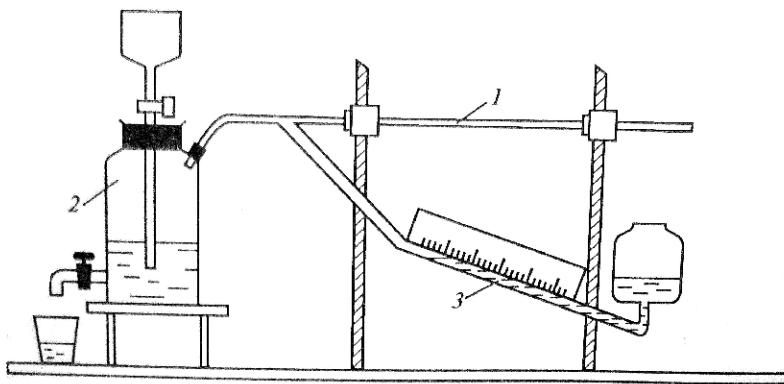


Рис. 5.3.1

Схема прибора, с помощью которого производится экспериментальное определение η , изображена на рисунке 5.3.1. Главная часть прибора – капилляр 1, через который протекает воздух из атмосферы в газометр 2 (в новом варианте установки этот капилляр закреплен вертикально на сосуде газометра 2 – см. фотографию). При вытекании воды из газометра 2 на концах капилляра создается разность давлений Δp , измеряемая наклонным спиртовым манометром 3. Трубка манометра установлена не вертикально, а под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, что повышает чувствительность прибора. Если во время измерения столбик спирта в манометре сместился на длину Δx , то разность давлений на концах капилляра $\Delta p = \rho_c g \Delta x \cdot \sin \alpha$, где $\rho_c = 800 \text{ кг}/\text{м}^3$ – плотность спирта. Объем воздуха, протекшего через капилляр, равен объему воды ΔV , вылившейся из газометра. Этот объем измеряют мензуркой.

Значения угла наклона трубки манометра, радиуса капилляра r и длины капилляра l указаны на табличке рядом с установкой:

$$\alpha = 30^\circ, l = 36 \text{ см}, r = 0,53 \text{ мм.}$$

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Зафиксируйте в протоколе начальную координату x_0 конца столбика спирта в манометре. Отрегулируйте скорость вытекания жидкости из газометра с помощью крана. При работе на установке следите за тем, чтобы спирт из наклонной трубки манометра не попадал в капилляр и гибкие шланги. Добейтесь, чтобы столбик спирта сместился вдоль шкалы манометра на расстояние Δx от 20 до 80 мм и установился на определенной отметке. Измерьте, за какое время τ через капилляр протечет объем воздуха $\Delta V = 100$

мл при установившемся режиме течения воздуха через капилляр (если во время измерения столбик спирта начнет сильно смещаться, измерение можно прекратить при меньшем объеме вытекшей воды, но ΔV не должен быть менее 50 мл). Проделайте описанные измерения при пяти различных значениях разности давления Δp . Данные измерений и вычислений занесите в таблицу.

№	ΔV , мл	τ , с	Δx , мм	Δp , Па	$\frac{\Delta V}{\tau}$, м ³ /с	η , Па·с
1	100					
2						
...						

Постройте график зависимости Δp от расхода воздуха $\frac{\Delta V}{\tau}$. Убедитесь, что точки ложатся на прямую, проходящую через начало координат (если какая-то точка оказывается вдали от прямой, она считается промахом). По наклону этой прямой можно рассчитать среднее значение η .

По формуле (3) подсчитайте коэффициент внутреннего трения воздуха η .

Измерьте температуру воздуха в комнате и атмосферное давление.

Рассчитайте плотность воздуха: $\rho = \frac{pM}{RT}$ ($M = 29$ г/моль – молярная масса воздуха, T – абсолютная температура). Рассчитайте кинематическую вязкость воздуха $\nu = h/\rho$.

Оцените по формуле (4) значение числа Рейнольдса при максимальном значении Δp . Для этого рассчитайте среднюю скорость течения воздуха u по известным значениям ΔV , r и τ :

$$\Delta V = \pi r^2 u \cdot \tau, \quad u = \frac{\Delta V}{\pi r^2 \tau}.$$

Сделайте вывод о характере течения газа.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Пользуясь молекулярно-кинетической теорией, покажите, от каких величин зависит коэффициент внутреннего трения в газах.
2. По какому закону меняются скорости течения отдельных слоев газа от стенки к оси трубы при ламинарном течении?
3. Как изменится коэффициент внутреннего трения газа при увеличении давления в 2 раза ($T = \text{const}$); увеличении температуры в 2 раза ($p = \text{const}$)?
4. Как изменится коэффициент кинематической вязкости при увеличении давления в 2 раза ($T = \text{const}$)?
5. По значению η оцените длину свободного пробега молекул азота при нормальных условиях.
6. Получите формулу Пуазейля (2).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.4*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ПАРОВ ВОДЫ И СПИРТА В ВОЗДУХЕ

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента диффузии паров воды и спирта в воздухе.

Литература: [4] гл. 5 §§ 5.1–5.3; [7] гл. 7 §§ 7.1–7.3; [19] гл. 6 §§ 6.2–6.3.

Приборы и принадлежности: электронные аналитические весы, фторопластовая подложка, шприцы с водой и со спиртом, секундомер.

ВВЕДЕНИЕ

Диффузией называется явление проникновения двух соприкасающихся веществ друг в друга. В данной работе определяют коэффициент диффузии водяных паров и спирта в воздухе при испарении капли воды и спирта, считая диффузию стационарной.

Масса пара dm , диффундировавшего через площадку dS за время dt , определяется уравнением Фика:

$$dm = -D \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot dS dt, \quad (1)$$

где $\frac{\partial \rho}{\partial r}$ – градиент плотности водяного пара, D – коэффициент диффузии.

Капля на несмачивающей подложке принимает в поле тяжести сплюснутую форму, которую для простоты будем считать полусферической. В стационарных условиях поток массы через полусферу произвольного радиуса r постоянен и равен

$$\frac{dm}{dt} = -2\pi r^2 D \frac{\partial \rho}{\partial r} = const. \quad (2)$$

Отсюда следует, что

$$r^2 \frac{\partial \rho}{\partial r} = C_1 = const. \quad (3)$$

Из (3) можно найти градиент плотности пара:

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{C_1}{r^2}. \quad (4)$$

Подставив (4) в уравнение диффузии (1), получим:

$$dm = -D \cdot dS \cdot dt \frac{C_1}{r^2}. \quad (5)$$

Для определения постоянной C_1 запишем закон изменения плотности ρ паров от расстояния r . Интегрируя (4), получаем:

$$\rho(r) = \int \frac{C_1}{r^2} dr + C_2 = -\frac{C_1}{r} + C_2. \quad (6)$$

Постоянную C_2 найдем из краевых условий задачи. Внутри капли плотность воды не изменяется с изменением r . На расстояниях $r \gg R$, где R – радиус капли, плотность паров убывает согласно уравнению (6), причем при $r \rightarrow \infty \quad \rho \rightarrow f\rho_{n.n.}$, где f – относительная влажность воздуха, $\rho_{n.n.}$ – плотность насыщенных паров. Отсюда $C_2 = f\rho_{n.n.}$. В то же время при $r = R$ плотность пара $\rho = \rho_{n.n.}$. Следовательно, $C_1 = -\rho_{n.n.}(1-f)R$, и в результате

$$\rho = \rho_{n.n.}(1-f)\frac{R}{r} + f\rho_{n.n.}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial r} = -\frac{\rho_{n.n.}(1-f)R}{r^2}. \quad (7)$$

Подставляя это значение градиента плотности в (1), получаем:

$$dm = D \cdot dS \cdot dt \frac{\rho_{n.n.}(1-f)R}{r^2}. \quad (8)$$

Если условия опыта стационарны, то масса паров, дифундировавших за время dt через полусферическую поверхность с радиусом r , равна:

$$dm = D \cdot 2\pi r^2 \frac{\rho_{n.n.}(1-f)R}{r^2} dt = D \cdot 2\pi \rho_{n.n.}(1-f)R dt. \quad (9)$$

В то же время при уменьшении радиуса полусферической капли от R до $(R-dR)$ изменение её массы dm_κ будет равно:

$$dm_\kappa = \rho_\kappa 2\pi R^2 dR, \quad (10)$$

где ρ_κ – плотность жидкости.

Учитывая, что убыль массы капли равна массе дифундированного пара: $dm_\kappa = -dm$, с помощью уравнений (9) и (10) можно связать коэффициент диффузии D со скоростью изменения радиуса капли R :

$$D = -\frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{н.н.}}(1-f)} \cdot R \frac{dR}{dt}. \quad (11)$$

В данной работе будет измеряться не радиус, а масса испаряющейся полусферической капли в зависимости от времени. Выразим радиус капли через ее массу m (в дальнейшем для краткости мы опускаем индекс «ж» у массы капли): $R = \left(\frac{3m}{2\pi\rho_{\text{ж}}}\right)^{\frac{1}{3}}$. Как видно из (10), $\frac{dR}{dt} = \frac{1}{\rho_{\text{ж}} 2\pi R^2} \cdot \frac{dm}{dt}$. Поэтому

формула (11) может быть преобразована к виду:

$$D = -\frac{1}{2\pi\rho_{\text{н.н.}}(1-f)} \cdot \left(\frac{2\pi\rho_{\text{ж}}}{3m}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{dm}{dt}.$$

Учитывая, что $m^{-\frac{1}{3}} \frac{dm}{dt} = \frac{3}{2} \frac{d(m^{\frac{2}{3}})}{dt}$, получим:

$$D = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2\pi\rho_{\text{н.н.}}(1-f)} \cdot \left(\frac{2\pi\rho_{\text{ж}}}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{d(m^{\frac{2}{3}})}{dt},$$

или

$$D = \frac{1}{2\rho_{\text{н.н.}}(1-f)} \cdot \left(\frac{9\rho_{\text{ж}}}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left| \frac{d(m^{\frac{2}{3}})}{dt} \right|. \quad (12)$$

Из полученного выражения ясно, что для экспериментального определения D необходимо измерить изменение массы капли со временем при стационарных условиях.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка состоит из электронных аналитических весов, измеряющих вес капли с точностью до 0,1 мг, и подложки из фторопласта, на которую из шприца выдавливается капля исследуемой жидкости. При испарении капли показания весов непрерывно изменяются. Отсчет времени производится по секундомеру. Температура воздуха и его относительная влажность измеряются с помощью психрометра.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Включите электронные аналитические весы и оставьте их прогреться на 10 минут.

Задание 1. Измерение массы испаряющейся капли воды.

Положите на весы фторопластовую подложку. Выждав несколько секунд, нажмите левую кнопку «Zero/Tare». Дождитесь обнуления показаний весов. Из шприца с водой аккуратно выдавите на середину подложки каплю воды (предварительно потренируйтесь, выдавив несколько капель на лист бумаги). Начальная масса капли должна составлять от 2 до 4 мг. Закройте боковые дверцы весов. Наблюдайте за показаниями весов. Через несколько секунд они стабилизируются. Когда вес капли уменьшится на 0,1 мг (единицу последнего разряда показаний весов), включите секундомер. Фиксируйте моменты времени, когда показания весов будут уменьшаться на 0,1 мг. Записывайте в таблицу значения массы испаряющейся капли m и соответствующие значения времени t . Доведите измерения до того момента, когда масса капли будет составлять 0,5 – 0,3 мг. Полное время измерения может составить от 20 до 30 минут, в зависимости от начальной массы капли.

Задание 2. Измерение массы испаряющейся капли спирта.

Повторите измерения, описанные в задании 1, для капли спирта. Учтите, что спирт испаряется гораздо быстрее, поэтому надо внимательно наблюдать за показаниями весов, успевая фиксировать время. Проведите измерения зависимости массы от времени для трёх капель спирта (каждое измерение займет около трех минут).

Задание 3. Расчет коэффициентов диффузии молекул воды и спирта в воздухе.

Для каждого измерения постройте график, откладывая по оси абсцисс время t , а по оси ординат – $m^{\frac{2}{3}}$. Пользуясь графиком, определите

производную $\frac{d(m^2)}{dt}$ и рассчитайте коэффициент диффузии по формуле

(12). Значение плотности насыщенных водяных паров при температуре опыта определите по таблице 1, относительной влажности воздуха f – с помощью психрометра.

При расчете D спирта в формуле (12) надо положить $f=0$. Плотность насыщенных паров этилового спирта C_2H_5OH при $17-22^{\circ}C$ $\rho_{h.n.} = 110$ г/м³.

Задание 4. Оценка средней длины свободного пробега молекул воды и спирта в воздухе.

Вычислите среднюю скорость молекул воды и спирта по формуле $\bar{v}=\sqrt{\frac{8\cdot RT}{\pi M}}$, где R – молярная газовая постоянная, M – молярная масса. Из формулы $D=\frac{1}{3}\bar{v}\lambda$ найдите длину свободного пробега λ молекул водяного пара и спирта в воздухе.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Длина свободного пробега молекул зависит от концентрации газа n и сечения рассеяния $\sigma=\pi d^2$ (d – эффективный диаметр молекул):

$\lambda=\frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}$. Подумайте, как следует изменить эту формулу, чтобы оценить длину свободного пробега молекул воды или спирта в воздухе.

2. Как зависит длина свободного пробега молекул от давления и температуры? При каком давлении средняя длина свободного пробега молекул воздуха равна 1 мм, если при атмосферном давлении она равна $6\cdot10^{-6}$ см?

3. Как зависит коэффициент диффузии газа от давления и температуры?

4. Исходя из дифференциального уравнения (11), рассчитайте, за какое время радиус капли уменьшится вдвое.

5. Пользуясь соображениями размерностей, определите зависимость среднего диффузационного смещения частиц от времени.

6. Если запах пахучего вещества распространяется путем диффузии на расстояние 1 м за время t_1 , то за какое время t_2 он распространится на 10 метров?

СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ

1. Плотность ρ насыщенного водяного пара при различных температурах t

температура, °C	$\rho_{\text{н.н.}}, \text{г/м}^3$	температура, °C	$\rho_{\text{н.н.}}, \text{г/м}^3$	температура, °C	$\rho_{\text{н.н.}}, \text{г/м}^3$
13	11,4	17	14,5	21	18,3
14	12,1	18	15,4	22	19,4
15	12,8	19	16,3	23	20,6
16	13,6	20	17,3	24	21,8

2. Коэффициент диффузии D (при атмосферном давлении)

Диффундирующее вещество	Основной компонент	Температура, t °C	Коэффициент диффузии, $\text{м}^2/\text{сек}$
Пары воды	Воздух	0	$0,23 \cdot 10^{-4}$
Пары этилового спирта	Воздух	0	$0,10 \cdot 10^{-4}$

3. Таблица значений $k^{2/3}$ для $k = 5,0 \dots 0,3$

k	$k^{2/3}$	k	$k^{2/3}$
5,0	2,92	0,9	0,93
4,9	2,88	0,8	0,86
4,8	2,85	0,7	0,79
4,7	2,81	0,6	0,71
4,6	2,77	0,5	0,63
4,5	2,73	0,4	0,54
4,4	2,69	0,3	0,45
4,3	2,64		
4,2	2,60		
4,1	2,56		
4,0	2,52		
3,9	2,48		
3,8	2,44		
3,7	2,39		
3,6	2,35		
3,5	2,31		
3,4	2,26		
3,3	2,22		
3,2	2,17		
3,1	2,13		
3,0	2,08		
2,9	2,03		
2,8	1,99		
2,7	1,94		
2,6	1,89		
2,5	1,84		
2,4	1,79		
2,3	1,74		
2,2	1,69		
2,1	1,64		
2,0	1,59		
1,9	1,53		
1,8	1,48		
1,7	1,42		
1,6	1,37		
1,5	1,31		
1,4	1,25		
1,3	1,19		
1,2	1,13		
1,1	1,07		
1,0	1,0		

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.4**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ГАЗА ПРИ РАЗЛИЧНОМ ДАВЛЕНИИ

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента диффузии водяных паров в воздухе.

Приборы и принадлежности: прибор для определения коэффициента диффузии, окулярный микрометр, линза, насос Комовского, стрелочный вакуумметр, шприц с водой, секундомер.

ВВЕДЕНИЕ

Диффузией называется явление проникновения двух соприкасающихся веществ друг в друга. В данной работе определяют коэффициент диффузии водяных паров в воздухе при испарении капли воды и спирта, считая диффузию стационарной.

Масса пара dm , диффундировавшего через площадку dS за время dt , определяется уравнением Фика:

$$dm = -D \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot dS dt, \quad (1)$$

где $\frac{\partial \rho}{\partial r}$ – градиент плотности насыщенного водяного пара, D – коэффициент диффузии.

В стационарных условиях поток массы через полусферу произвольного радиуса r постоянен и равен

$$dm = -D \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot dS dt. \quad (2)$$

Отсюда следует, что

$$r^2 \frac{\partial \rho}{\partial r} = C_1 = const. \quad (3)$$

Из (3) можно найти градиент плотности пара:

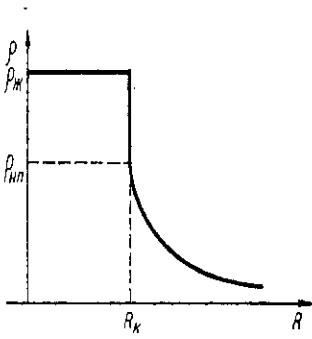
$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{C_1}{r^2}. \quad (4)$$

Подставив (4) в уравнение диффузии (1), получим:

$$dm = -D \cdot dS \cdot dt \frac{C_1}{r^2}. \quad (5)$$

Для определения постоянной C_1 запишем закон изменения плотности ρ паров от расстояния r . Интегрируя (4), получаем:

$$\rho(r) = \int \frac{C_1}{r^2} dr + C_2 = -\frac{C_1}{r} + C_2. \quad (6)$$



Постоянную C_2 найдем из краевых условий задачи. Внутри капли плотность воды не изменяется с изменением r . На расстояниях $r >> R$, где R – радиус капли, плотность паров убывает согласно уравнению (6) (график изменения плотности изображен на рис. 1),

причем при $r \rightarrow \infty$ $\rho \rightarrow f\rho_{н.н.}$, где f – относительная влажность воздуха, $\rho_{н.н.}$ – плотность насыщенных паров. Отсюда $C_2 = f\rho_{н.н.}$. В то же время при $r=R$ плотность пара $\rho = \rho_{н.н.}$. Следовательно, $C_1 = -\rho_{н.н.}(1-f)R$, и в результате

$$\rho = \rho_{н.н.}(1-f)\frac{R}{r} + f\rho_{н.н.}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial r} = -\frac{\rho_{н.н.}(1-f)R}{r^2}. \quad (7)$$

Подставляя это значение градиента плотности в (1), получаем:

$$dm = D \cdot dS \cdot dt \frac{\rho_{н.н.}(1-f)R}{r^2}. \quad (8)$$

Если условия опыта стационарны, то масса паров, дифундировавших за время dt через сферическую поверхность с радиусом r , равна:

$$dm = D \cdot 4\pi r^2 \frac{\rho_{н.н.}(1-f)R}{r^2} dt = D \cdot 2\pi \rho_{н.н.}(1-f)R dt. \quad (9)$$

В то же время при уменьшении радиуса сферической капли от R до $(R-dR)$ изменение её массы dm_k будет равно:

$$dm_k = \rho_{ж} 4\pi R^2 dR, \quad (10)$$

где $\rho_{ж}$ – плотность жидкости.

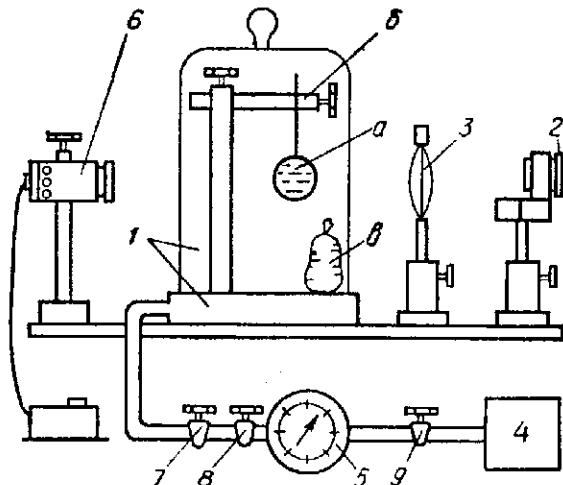
Учитывая, что убыль массы капли равна массе диффундировавшего пара: $dm_k = -dm$, с помощью уравнений (9) и (10) можно связать коэффициент диффузии D со скоростью изменения радиуса капли R :

$$D = -\frac{\rho_{ж}}{\rho_{н.н.}(1-f)} \cdot R \frac{dR}{dt} = \frac{\rho_{ж}}{2\rho_{н.н.}(1-f)} \cdot \left| \frac{d(R^2)}{dt} \right|. \quad (11)$$

Из полученного выражения ясно, что для экспериментального определения D необходимо измерить изменение радиуса капли со временем при стационарных условиях.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка (рис. 2) состоит из стеклянного колокола с



вакуумной тарелкой 1, окулярного микрометра 2, линзы 3, насоса 4, вакуумметра 5, осветителя 6, трехходового крана 7 и двухходовых кранов 8 и 9.

Под колпаком помещается исследуемая капля жидкости a и поглотитель b . Капля размещается в колечке, прикрепленном к держателю 6. Давление воздуха под колпаком можно изменять с помощью крана 7 и насоса.

Для измерения диаметра капли служит оптическая система, состоящая из линзы 3 и окулярного микрометра 2. Отсчет времени производится по часам.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Подготовка установки к работе.

Снимите стеклянный колокол. С помощью шприца подвесьте каплю к держателю. Добейтесь отчетливого изображения капли в окулярном микрометре.

Задание 2. Измерение диаметра испаряющейся капли.

Измерьте расстояние a от держателя капли до линзы линейкой. С помощью формулы линзы вычислите расстояние от линзы до действительного изображения капли и увеличение, даваемое линзой. Фокусное расстояние линзы F примите равным 11 см.

При атмосферном давлении измерьте диаметр d изображения капли с помощью окулярного микрометра и включите секундомер. Измеряйте диаметр d через равные последовательные промежутки времени. Сделайте 3–5 измерений. При атмосферном давлении измерения радиуса капли проводите через 7–10 мин.

Повторите измерения при другом давлении. Для этого подвесьте новую каплю воды и закройте ее колоколом, плотно притерев его к поверхности тарелки. Включите насос и откачайте воздух до 0,5 атм. Вновь сделайте 3–5 измерений радиуса испаряющейся капли с интервалом 3–5 мин. Повторите эксперимент при давлении 0,25 атм.

Зафиксируйте в протоколе температуру в помещении и относительную влажность воздуха f (она измеряется гигрометром). По таблице 1, прилагающейся к работе, определите плотность насыщенного пара $\rho_{\text{н.п.}}$ при данной температуре. Результаты всех измерений внесите в таблицу:

№	d , мкм	R , мкм	R^2 , м ²	t , с	Расстояние a = см
$p = 1$ атм					
1					Увеличение Γ =
2					Температура: °C
...					Относит. влажность f = %
$p = 0,5$ атм					
1					$\rho_{\text{н.п.}} = \text{кг}/\text{м}^3$
2					

...				
-----	--	--	--	--

Задание 3. Расчет коэффициентов диффузии при различном давлении.

Для каждой серии измерений постройте график, откладывая по оси абсцисс время t , а по оси ординат – квадрат радиуса капли R^2 . Согласно формуле (11), зависимость $R^2(t)$ должна быть линейная. Пользуясь

графиком, определите значение производной $\frac{d(R^2)}{dt}$ и ее погрешность.

Рассчитайте коэффициент диффузии по формуле (11) при различных значениях давления.

Задание 4. Оценка длины свободного пробега молекул пара.

Зная комнатную температуру, вычислите среднюю скорость молекул

водяного пара по формуле $\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{RT}{M}}$, где R – молярная газовая постоянная,

M – молярная масса. Из формулы $D = \frac{1}{3} \bar{v} \lambda$ найдите длину свободного пробега λ молекул водяного пара и спирта в воздухе для полученных значений коэффициента D .

При расчетах для плотности жидкости примите $\rho_{ж} = 10^3$ кг/м³.

СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ

1. Плотность ρ насыщенного водяного пара при различных температурах

температура, °C г/м ³	$\rho_{н.н.}$, г/м ³	температура, °C	$\rho_{н.н.}$, г/м ³	температура, °C	$\rho_{н.н.}$, г/м ³
13	11,4	17	14,5	21	18,3
14	12,1	18	15,4	22	19,4
15	12,8	19	16,3	23	20,6
16	13,6	20	17,3	24	21,8

2. Коэффициент диффузии D (при атмосферном давлении)

Диффундирующее вещество	Основной компонент	Температура, t °C	Коэффициент диффузии, $m^2/сек$
Пары воды	Воздух	0	$0,23 \cdot 10^{-4}$
Пары этилового спирта	Воздух	0	$0,10 \cdot 10^{-4}$

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Длина свободного пробега молекул зависит от концентрации газа n и сечения рассеяния $\sigma = \pi d^2$ (d – эффективный диаметр молекул): $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2n\sigma}}$. Подумайте, как следует изменить эту формулу, чтобы оценить длину свободного пробега молекул воды в воздухе.
2. Как зависит длина свободного пробега молекул от давления и температуры? При каком давлении средняя длина свободного пробега молекул воздуха равна 1 мм, если при атмосферном давлении она равна $6 \cdot 10^{-6}$ см?
3. Как зависит коэффициент диффузии газа от давления и температуры?
4. Исходя из дифференциального уравнения (11), рассчитайте, за какое время радиус капли уменьшится вдвое.
5. Пользуясь только соображениями размерностей, определите зависимость среднего диффузионного смещения частиц от времени.
6. Если запах пахучего вещества распространяется путем диффузии на расстояние 1 м за время t_1 , то за какое время t_2 он распространится на 10 метров?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента теплопроводности воздуха.

Литература: [4] гл. 5 §§ 5.1, 5.2, 5.5; [7] гл. 7 §§ 7.1, 7.2, 7.4; [19] гл. 6 §§ 6.2–6.3.

Приборы и принадлежности: специальный прибор для определения коэффициента теплопроводности, источник тока ВС-4-12, реостат (10 Ом, 4 А), вольтметр (до 10 В), амперметр (0,5 А – 1 А), цифровой вольтметр, термометр (0–50°) с погрешностью не более 0,1°.

ВВЕДЕНИЕ

Пусть два коаксиальных цилиндра радиусов r_1 и r_2 ($r_1 > r_2$) и высотой h поддерживаются при постоянных температурах T_1 и T_2 ($T_1 < T_2$). Пространство между ними заполнено газом с коэффициентом теплопроводности χ . В этом случае между цилиндрами устанавливается определенное распределение температуры $T(r)$, не меняющееся со временем. Вследствие теплопроводности через любую коаксиальную с внутренним цилиндром поверхность с промежуточным радиусом r за единицу времени пройдет количество теплоты

$$Q = 2\pi rhq = -2\pi rhc \frac{dT}{dr} . \quad (1)$$

Разделяя переменные и интегрируя по радиусу в пределах (r_1, r_2) и по температуре в пределах (T_1, T_2), находим тепло, теряемое внутренним цилиндром за единицу времени вследствие теплопроводности:

$$Q = 2\pi h\chi (T_2 - T_1) \frac{1}{\ln(r_1/r_2)} . \quad (2)$$

Передача теплоты от внутреннего цилиндра к внешнему возможна не только благодаря теплопроводности, но и за счет лучеиспускания и

конвекции. Однако при вертикальном расположении цилиндров и при установке торцевых крышек, препятствующих возникновению конвекционных потоков, переносом теплоты за счет конвекции можно пренебречь.

Для оценки переноса теплоты между стенками цилиндров за счет лучеиспускания воспользуемся законом Стефана–Больцмана, согласно которому с единицы поверхности абсолютно черного тела за единицу времени излучается энергия $Q_0 = \sigma T^4$, где T – температура излучающей поверхности, σ – постоянная Стефана–Больцмана ($\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ Вт}/\text{м}^2\text{К}^4$).

Любое тело, которое не является абсолютно черным, при той же температуре излучает меньшую энергию $A\sigma T^4$, где $A < 1$ – поглощательная способность тела.

Обмен энергией за счет лучеиспускания приводит к тому, что внутренний цилиндр испускает в единицу времени энергию $A\sigma sT_2^4$, а поглощает $A\sigma sT_1^4$. Таким образом, результирующая энергия, отдаваемая поверхностью внутреннего цилиндра благодаря излучению, равна:

$$Q_1 = A\sigma s(T_2^4 - T_1^4). \quad (3)$$

Если внутри малого цилиндра находится нагреватель с мощностью IU , то в стационарных условиях в силу закона сохранения энергии $Q + Q_1 = IU$ (Q – энергия, отдаваемая внутренним цилиндром посредством теплопроводности). Поэтому

$$Q = IU - Q_1 = IU - A\sigma s(T_2^4 - T_1^4). \quad (4)$$

Сравнивая (2) и (4), можно получить выражение для коэффициента теплопроводности

$$c = \frac{[IU - A\sigma s(T_2^4 - T_1^4)] \ln r_1/r_2}{2\pi h(T_2 - T_1)}. \quad (5)$$

Все величины, входящие в правую часть (5), могут быть измерены экспериментально, и по ним можно определить значение χ .

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

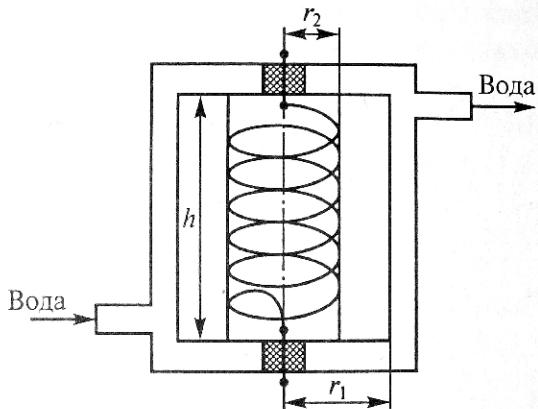


Рис. 5.4.1

Прибор для определения коэффициента теплопроводности состоит из двух коаксиально расположенных цилиндров с радиусами r_1 и r_2 высотой h (см. рис. 5.4.1).

Температура внутреннего цилиндра T_2 зависит от мощности электрического нагревателя, помещенного внутри этого цилиндра. Мощность ИУ спирали нагревателя определяется по показаниям амперметра А и вольтметра V_1 , включенных в цепь нагревателя (см. рис. 5.4.2).

Температура внешнего цилиндра T_1 определяется в основном температурой проточной воды, омывающей стенки внешнего цилиндра. Внешний цилиндр с торцевых сторон закрыт теплоизолирующими крышками, препятствующими возникновению конвекционных потоков воздуха между цилиндрами и теплообмену с внешней средой. Разница температур ($T_2 - T_1$) измеряется с помощью термопары. Возникающая в цепи термопары термоЭДС измеряется с помощью цифрового вольтметра V_2 . В рабочем интервале температур зависимость термоЭДС Е от разности температур контактов термопары ΔT является практически линейной, причем

$$\text{чувствительность термопары } \frac{\hat{E}}{\Delta T} = 0,025 \frac{\text{мВ}}{\text{К}}.$$

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Для выполнения необходимых измерений соберите установку по схеме (рис. 5.6.2). Непосредственно перед началом измерений откройте кран и начните пропускать воду через “рубашку” внешнего цилиндра. После этого включите выпрямитель ВС-4-12 и установите силу тока 0,3 А в спирале

нагревателя. Через 20–25 мин., после того как установится термодинамическое равновесие (о чем можно судить по показаниям цифрового вольтметра), измерьте значения I , U в цепи нагревателя и термоЭДС E . Рассчитайте разность температур между цилиндрами ($T_2 - T_1$).

Проведите необходимые измерения при силах тока в спирали 0,35 А и 0,4 А и в каждом случае по формуле (5) определите коэффициент теплопроводности. Оцените погрешность измерения.

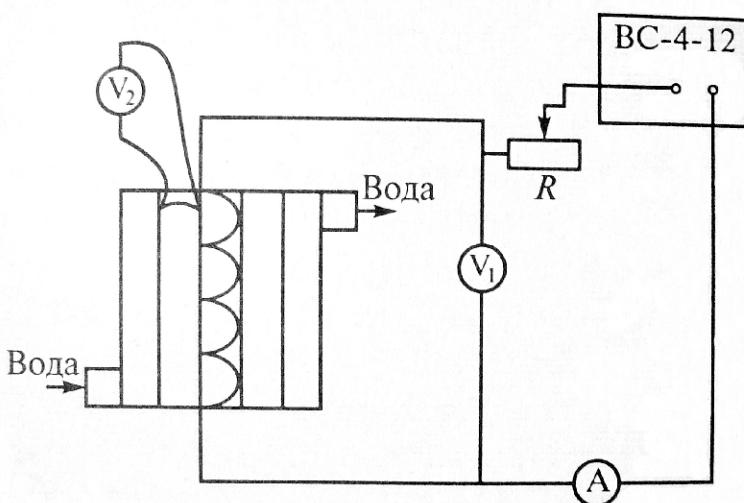


Рис. 5.4.2

(цилиндров сажей).

При расчетах значения r_1 , r_2 , h принимают равными соответственно $4,05 \times 10^2$ м, $0,95 \times 10^{-2}$ м, 0,3 м. Коэффициент A для вещества цилиндров, используемых в работе, равен 0,8 (его величина зависит от качества покрытия поверхности цилиндров сажей).

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. По результатам эксперимента рассчитайте среднюю длину свободного пробега молекулы воздуха и ее эффективный диаметр.
2. Какова связь между коэффициентами теплопроводности, диффузии и внутреннего трения в газе?
3. Как коэффициент теплопроводности газа зависит от давления и температуры? Как оценить теплопроводность газа в состоянии технического вакуума?
4. Рассчитайте теоретическое значение коэффициента теплопроводности воздуха и сравните его с экспериментальным значением.

5. Объясните физические принципы измерения температуры с помощью термопары. Какие еще способы измерения температуры вы знаете?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ C_p/C_v ВОЗДУХА МЕТОДОМ КЛЕМАНА–ДЕЗОРМА И РАСЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПРОЦЕССАХ

Цель работы: экспериментальное определение отношения теплоемкостей C_p/C_v для воздуха и расчет изменения энтропии идеального газа при различных процессах.

Литература: [4] гл. 5 §§ 5.1–5.3; [7] гл. 7 §§ 7.1–7.3; [11] гл. II §§ 20–22, гл. III § 40–42; [19] гл. 1 §§ 1.3, 1.4, гл. 3 §§ 3.1–3.3.

Приборы и принадлежности: стеклянный сосуд с краном, ручной насос, манометр.

ВВЕДЕНИЕ

Для описания поведения термодинамических систем Клаузиус ввел функцию состояния, названную им энтропией. Если система получает от окружающих тел (или отдает им) тепло dQ , то ее энтропия меняется на величину

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (1)$$

Соотношение (1) справедливо для равновесных процессов. Для неравновесных процессов

$$dS > \frac{dQ}{T}. \quad (2)$$

При адиабатическом ($dQ=0$) равновесном процессе, согласно (1), $dS=0$, то есть энтропия не меняется (поэтому такой процесс называют также изоэнтропным). При неравновесном адиабатическом процессе энтропия возрастает, согласно (2).

Энтропия является функцией состояния, то есть ее изменение не зависит от типа процесса, а однозначно определяется значениями макропараметров в начальном состоянии 1 и конечном состоянии 2:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

(интеграл можно брать по любому равновесному “пути”). Энтропия системы может быть выражена через любую пару параметров: (P,V), (P,T) или (V,T). Для идеального газа в переменных (P,V) и (P,T) энтропия определяется выражениями:

$$S(P, V) = v(C_V \ln P + C_P \ln V) + const, \quad (3)$$

$$S(P, T) = v(C_P \ln T - R \ln P) + const' \quad (4)$$

(она определена с точностью до постоянного слагаемого). Здесь v - число молей газа, R - универсальная газовая постоянная, C_V и C_P - молярные теплоемкости при постоянном объеме и давлении, соответственно.

В отличие от энтропии, теплоемкость газов существенно зависит от типа процесса, то есть является функцией процесса, а не состояния. В разных процессах теплоемкость может принимать самые разные значения: быть положительной, отрицательной, бесконечно большой или же равной нулю. Если в течение всего процесса теплоемкость газа неизменна, то такой процесс называют политропическим. Для идеального газа уравнение политропического процесса имеет вид:

$$PV^n = const, \quad (5)$$

где n - любое действительное число - называют показателем политропы. Молярная теплоемкость газа C в политропическом процессе связана со значением n соотношением:

$$C = \frac{nC_V - C_P}{n-1}. \quad (6)$$

При адиабатическом равновесном процессе $C=0$, и, как видно из (6), показатель политропы оказывается равным отношению C_P/C_V . Это отношение называют постоянной адиабаты и обозначают буквой γ . Уравнение равновесного адиабатического процесса для идеального газа (уравнение Пуассона):

$$PV^\gamma = const. \quad (7)$$

Значением постоянной адиабаты γ однозначно определяются теплоемкости C_V и C_P идеального газа, так как они связаны уравнением Майера $C_P = C_V + R$. Поэтому

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}, \quad C_P = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (8)$$

Согласно же выводам классической молекулярно-кинетической теории идеальных газов, C_V , C_P и γ определяются числом степеней свободы i молекул газа:

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_P = \frac{i+2}{2}R, \quad g = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i} \quad (9)$$

В данной лабораторной работе экспериментально определяется постоянная адиабаты воздуха, а также рассчитывается изменение энтропии определенной массы воздуха при различных процессах и его молярная теплоемкость в некоторых процессах.

Одним из самых простых методов определения γ для газов является метод адиабатического расширения (метод Клемана и Дезорма). Метод заключается в следующем. В сосуд, снабженный открытым манометром для измерения давления в этом сосуде и краном для соединения воздуха в сосуде с атмосферой, накачивают при закрытом кране немного воздуха. Через некоторое время температура воздуха в сосуде станет равной комнатной T_1 , давление P_1 будет несколько выше атмосферного (первое состояние газа).

Затем открывают кран и закрывают его опять в тот момент, когда давление P_2 в сосуде станет равным атмосферному (причем сделать это надо как можно быстрее, чтобы теплообменом, происходящим за это время через стенки сосуда, можно было пренебречь). В результате адиабатического расширения температура воздуха в сосуде понизится до T_2 (второе состояние газа).

С течением времени температура воздуха в сосуде будет повышаться и достигнет комнатной температуры T_1 , давление повысится до значения P_3 (третье состояние).

Переход газа из первого состояния во второе происходит адиабатически и подчиняется уравнению Пуассона (7), которое в этом случае удобно записать в переменных (P , T):

$$\frac{P_1^{\gamma-1}}{T_1^\gamma} = \frac{P_2^{\gamma-1}}{T_2^\gamma}. \quad (10)$$

Изохорический переход из второго состояния в третье может быть описан уравнением Гей-Люссака:

$$\frac{P_3}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}. \quad (11)$$

Исключая из уравнений (10) и (11) температуру, найдем:

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^\gamma.$$

Подставляя в это равенство значения давлений P_1 и P_3 , выраженные через атмосферное давление P_2 и разность столбов воды в манометре:

$$P_1 = P_2 + \rho gh_1, \quad P_3 = P_2 + \rho gh_2 \quad (\rho - \text{плотность воды}),$$

получим:

$$\left(1 + \frac{\rho gh_1}{P_2}\right)^{\gamma-1} = \left(1 + \frac{\rho gh_2}{P_2}\right)^\gamma.$$

В условиях опыта $\frac{\rho gh_1}{P_2}$ и $\frac{\rho gh_2}{P_2}$ значительно меньше единицы, поэтому с достаточной точностью можно ограничиться лишь двумя первыми членами биномов, что дает:

$$1 + \frac{\rho gh_1}{P_2}(\gamma - 1) \approx 1 + \frac{\rho gh_2}{P_2}\gamma.$$

Отсюда нетрудно получить расчетную формулу для γ :

$$g \gg \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (12)$$

Если же расширение газа из первого состояния во второе производится более медленно, то вследствие притока тепла из окружающей среды процесс уже не будет являться адиабатическим, но может считаться политропическим, так как относительное изменение параметров состояния

очень мало (порядка 10^{-2}). В этом случае вместо уравнения Пуассона (7) следует использовать уравнение политропы (5), которое отличается от (7) лишь заменой γ на n . Поэтому по значениям h_1 и h_2 можно вычислить показатель этой политропы n по формуле, аналогичной (12):

$$n \approx \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема экспериментальной установки для определения отношения теплоемкостей воздуха методом Клемана и Дезорма представлена на рисунке 5.6.1.

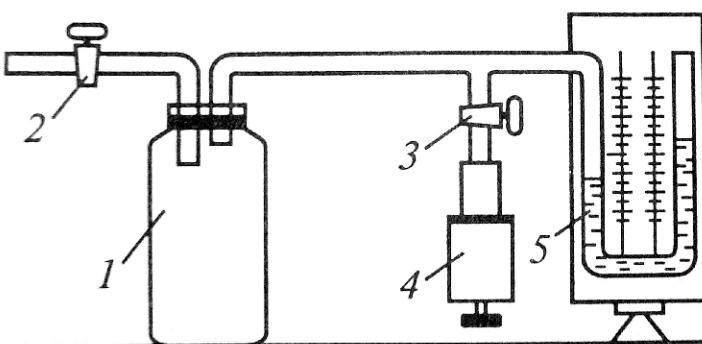


Рис. 5.6.1

Тонкостенный сосуд 1 емкостью 25 л, соединяющийся с открытым манометром 2 и насосом 3, при помощи крана 4 может соединяться с атмосферой. Кран 5 позволяет изолировать насос 3 от сосуда 1.

Избыточное по сравнению с атмосферным давление воздуха в сосуде 1 измеряется U-образным манометром 2, заполненным водой.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение γ воздуха.

1. При закрытом кране 4 с помощью насоса наполните баллон воздухом до давления P_0 , превышающего атмосферное на $h_0=20-30$ см водяного столба, и перекройте кран 5. Зафиксируйте величину h_0 в протоколе.

При накачке температура в баллоне немного повысилась. Подождите, пока в результате изохорического охлаждения температура воздуха в баллоне

вернется к комнатной T_1 . Убедившись, что столбики воды в манометре перестали перемещаться, зафиксируйте разность уровней h_1 .

Быстро откройте кран 4 и, как только уровни воды в коленах манометра сравняются, закройте его (это выравнивание происходит практически мгновенно).

Снова дождитесь установления термодинамического равновесия с окружающей средой и определите по манометру избыточное давление h_2 .

По полученным данным вычислите γ .

Повторите опыт 11–15 раз. Результаты измерений и вычислений представьте в виде таблицы. Рассчитайте среднее значение γ и оцените погрешность его определения. По значению γ_{cp} вычислите молярные теплоемкости C_V и C_p . Сравните полученные значения с выводами молекулярно-кинетической теории (9).

2. Повторите опыт 3-4 раза, медленно поворачивая кран 4 (чтобы расширение до установления атмосферного давления продолжалось несколько секунд).

Рассчитайте для каждого опыта значение показателя политропы n и молярную теплоемкость C в процессе расширения. Положительна или отрицательна C в этом процессе? Объясните результат.

Задание 2. Расчет изменения энтропии воздуха при различных процессах.

1. Используя выражение (3) для энтропии через параметры (P , V), рассчитайте изменение энтропии воздуха в баллоне ΔS_1 при изохорическом остывании его после окончания накачки до комнатной температуры. Для расчета воспользуйтесь результатами любого из опытов первой серии.

Предварительно определите с помощью закона Менделеева-Клапейрона, сколько молей воздуха v_1 находилось в баллоне после накачки (комнатная температура и атмосферное давление определяются по показаниям приборов в лаборатории).

При расчетах ΔS следует учесть, что относительные изменения параметров малы, поэтому можно использовать формулы приближенных вычислений:

$$\ln(1+x) \approx x, \quad \frac{1}{1+x} \approx 1-x, \quad x \ll 1.$$

2. Рассчитайте изменение энтропии ΔS_2 первоначального количества газа v_1 при его быстром расширении. Для расчета воспользуйтесь результатами того же опыта, что и в предыдущем пункте. В этом случае удобнее использовать выражение (4) для энтропии через координаты (P, T).

Предварительно определите температуру T_2 в баллоне после окончания быстрого расширения (она легко вычисляется по данным последующего изохорического нагревания).

Сравните полученное значение ΔS_2 с ожидаемым теоретическим значением. Получили бы мы ΔS_2 в точности равным нулю, если бы могли произвести расширение сколь угодно быстро?

3. Рассчитайте ΔS_2 при более медленном расширении по результатам одного–двух опытов второй серии.

Увеличилась или уменьшилась энтропия при этом процессе? Объясните, почему. Как связаны быстрота процесса расширения и изменение энтропии при этом?

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. По данным одного из опытов рассчитайте: какая масса воздуха накачана в баллон; до какой температуры нагрелся воздух в результате накачки; какая масса воздуха выпущена из баллона при открывании крана.

2. Вычислите γ воздуха при 100% влажности, нормальном давлении и комнатной температуре. При каких условиях влияние паров воды на теплоемкость воздуха может быть существенным?

3. При каких значениях показателя политропы газ нагревается при сжатии? охлаждается при сжатии? его теплоемкость отрицательна?

4. Как теплоемкость газов зависит от температуры? Как объясняется эта зависимость?

5. Увеличивается или уменьшается энтропия газа в процессах: изобарического расширения, изотермического расширения, изохорического охлаждения, адиабатического расширения в пустоту?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ C_p/C_v ГАЗОВ ПУТЕМ ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА

Ц е л ь р а б о т ы : определение отношения теплоемкостей C_p/C_v для различных газов посредством измерения скорости звука методом сложения взаимно-перпендикулярных колебаний.

Л и т е р а т у р а : [4] гл. 6 §§ 6.5, 6.6; [11] гл. II §§ 21, 23; [10] гл. 10 § 85; [19] гл. 1 § 1.4.

П р и б о р ы и п р и н а д л е ж н о с т и : звуковой генератор, электронный осциллограф, усилитель У2-6, стеклянная трубка с вмонтированными микрофоном и телефоном, насос, манометр, камера с газообразным гелием.

ВВЕДЕНИЕ

В лабораторной работе № 5.6 описан метод определения C_p/C_v газа, основанный на адиабатическом расширении (метод Клемана и Дезорма). Однако, только при идеальной теплоизоляции расширение газа будет адиабатическим. На практике не так просто исключить приток тепла. Легче всего этого достигнуть при очень быстро протекающих процессах. Такие процессы происходят в звуковых волнах, скорость распространения которых зависит от величины постоянной адиабаты $\gamma = C_p/C_v$. На этом основан второй, более точный метод экспериментального определения отношения теплоемкостей для газов.

В газах и жидкостях, обладающих только объемной упругостью, но не упругостью формы, могут распространяться только продольные возмущения. Скорость распространения продольных волн в жидкостях и газах определяется соотношением (см. [10] §85):

$$v = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} . \quad (1)$$

где P - давление, ρ - плотность.

Звуковая волна в газе представляет собой процессы последовательного сжатия и разрежения среды, причем эти процессы происходят очень быстро, а теплопроводность газа невелика. Следовательно, процесс распространения звука в газе следует считать адиабатическим. Согласно уравнению Пуассона, при адиабатическом процессе в идеальном газе $PV^\gamma=const$. Если вместо объема V в это уравнение ввести плотность $\rho \sim 1/V$, то оно перейдет в $P\rho^{-\gamma}=const$. Продифференцировав, получаем:

$$\rho^{-\gamma} dP - \gamma P \rho^{-\gamma-1} d\rho = 0, \text{ или } \rho \cdot dP - \gamma P \cdot d\rho = 0,$$

откуда находим для адиабатического процесса:

$$\frac{dP}{d\rho} = \gamma \frac{P}{\rho}.$$

Из уравнения Менделеева–Клапейрона следует, что

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT, \quad (2)$$

поэтому скорость звука

$$v_{se} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} \quad (3)$$

(R - молярная газовая постоянная, μ - молярная масса, T - абсолютная температура). Формула (3) получила название формулы Лапласа.

Впервые формулу (1) для вычисления скорости звука применил Ньютон. Но при вычислении производной $dP/d\rho$ он исходил из того, что сжатия и разряжения в звуковой

волне происходят при постоянной температуре. Из (1), (2) при $T=const$ следует: $v = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$.

Согласно этой формуле, скорость звука в воздухе при нормальных условиях $v=280$ м/с, что существенно расходится с экспериментом. Причина этого расхождения как раз и была устранена Лапласом, показавшим, что распространение звука есть адиабатический процесс.

В данной работе для измерения скорости звука в газе используется метод, аналогичный описанному в лабораторной работе 1.14. Телефон, излучающий звуковые волны, питается от звукового генератора. Микрофон, помещенный на расстоянии L от телефона, улавливает эти волны. Переменное напряжение

с выхода звукового генератора подается на вход “X” осциллографа, а переменное напряжение с выхода микрофона – на вход “Y”. Таким образом, на экране электронно-лучевой трубы будет наблюдаться результат сложения двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаний одинаковой частоты – эллипс, причем разность фаз между колебаниями

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} L ,$$

где λ – длина звуковой волны. При плавном изменении частоты колебаний f траектория луча на экране также меняется. При разности фаз $\Delta\phi = 2\pi n$ ($n = 1, 2, \dots$) эллипс вырождается в прямую, проходящую через первый и третий квадранты. Легко показать, что прямые на экране осциллографа будут наблюдаться при условии:

$$f = n \frac{v_{36}}{L} ,$$

где n – целое число. Всякий раз, когда при изменении частоты колебаний прямая трансформируется в эллипс, а затем снова в прямую линию,

происходит изменение n на единицу. Следовательно, $f_n - f_k = (n - k) \frac{v_{36}}{L}$, где

f_n и f_k – частоты, соответствующие целым числам n и k . Из полученного соотношения легко можно выразить скорость звука:

$$v_{36} = L \frac{f_n - f_k}{n - k} . \quad (4)$$

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ



Справа вы видите фотографию экспериментальной установки. Ее схема изображена на рис. 5.7.1.

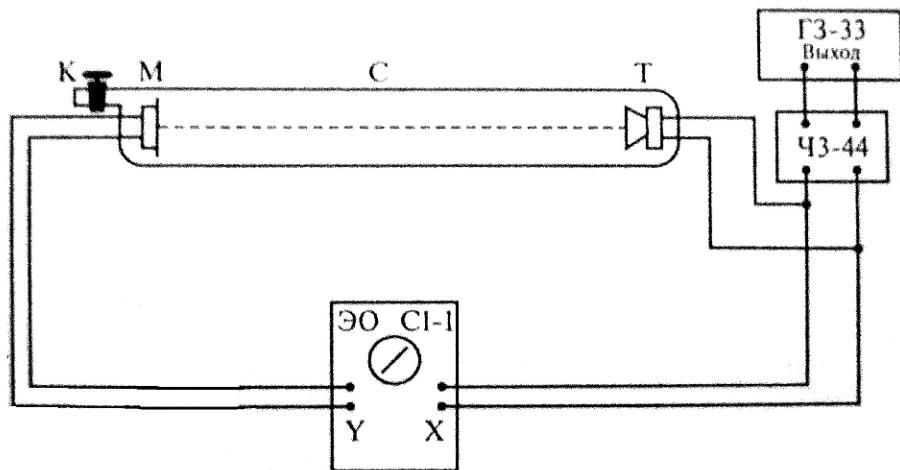


Рис. 5.7.1

Внутри запаянной трубки С с воздухом (она подвешена вертикально на стене) укреплены: источник звука – телефонный капсюль Т (телефон), подключенный к выходу звукового генератора ЗГ, и микрофон М. Частота звукового генератора измеряется с помощью частотометра ЧЗ-44. Сигнал с микрофона подается на “Y”–пластины ЭО. На “X”–пластины электронного осциллографа ЭО С1-1 сигнал поступает непосредственно от звукового генератора.

На выходе стеклянной трубы С имеется кран К, предназначенный для присоединения трубы к насосу или к баллону с гелием. При откачке давление в трубке контролируется манометром.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение скорости звука в воздухе.

Перед началом работы откачайте содержимое трубы, включив насос на 1 минуту, и заполните ее воздухом, открыв кран К.

а) Плавно увеличивая частоту генератора, начиная с 1000 Гц (это ограничение накладывают амплитудно-частотные характеристики микрофона и телефона), получите ряд последовательных значений частоты,

при которых на экране С1-1 наблюдаются прямые линии в одинаковом квадранте. Убедитесь в повторяемости результатов, произведя измерения при уменьшении частоты.

б) Полученные результаты изобразите на графике, откладывая по оси абсцисс порядковый номер измерения, а по оси ординат – частоту. По графику с помощью формулы (4) определите среднее значение скорости звука и оцените погрешность.

в) Вычислите постоянную адиабаты γ и оцените погрешность ее определения. Сравните полученное значение с теоретическим.

Задание 2. Включите насос и, контролируя давление в трубке по манометру, откачайте воздух до давления 0,4–0,5 атм. Измерьте скорость звука при этом давлении. Сделайте вывод о зависимости v от давления.

Задание 3. Определение скорости звука в гелии.

Полностью откачайте воздух из трубки и наполните ее гелием из камеры. Измерьте скорость звука в гелии. Вычислите γ . Оцените погрешность результатов, сравните полученные значения v и γ с теоретическими.

Задание 4. Определение скорости звука в смеси газов.

Откачайте гелий до давления 0,6–0,7 атм. Отключив насос, дополните содержимое трубки воздухом, на короткое время открыв кран К. Измерьте скорость звука в смеси воздух–гелий. По значению скорости вычислите отношение парциальных давлений гелия и воздуха.

Сравните результат с показаниями манометра.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Рассчитайте скорость звука в сухом воздухе при температуре 0°C. Зависит ли скорость звука от давления?
2. Рассчитайте скорость звука в смеси газов, состоящей из двух молей воздуха и одного моля углекислого газа при температуре 0°C.
3. Получите уравнение Пуассона для адиабатического процесса.

4. Какой газ охладится сильнее при адиабатическом расширении от давления P_1 до давления P_2 : гелий или воздух?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.9

ИЗМЕНЕНИЕ ЭНТРОПИИ В ИЗОЛИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ

Цель работы: исследование приращения энтропии в необратимых адиабатных процессах.

Литература: [4] гл. 6 §§ 6.1–6.11; [7] гл. 3 §§ 3.1, 3.4; [11] гл. III §§ 27, 28, 40, 41; [19] гл. 3.

Приборы и принадлежности: калориметр, нагреватель, термометр с ценой деления $0,1^\circ$, бачок с водой, мензурка вместимостью 100–150 мл, колба емкостью 500 мл, набор из трех исследуемых образцов (свинцовый, медный, алюминиевый), весы технические, набор гирь.

ВВЕДЕНИЕ

Один из фундаментальных законов природы – второе начало термодинамики – определяет направленность процессов, протекающих в изолированной макросистеме. Пользуясь понятием энтропии (см. Введение к работе 5.8), основное содержание второго начала термодинамики можно сформулировать следующим образом: любой процесс в изолированной системе подчиняется условию

$$\Delta S \geq 0, \quad (1)$$

где ΔS – изменение энтропии системы; при этом знак равенства относится к обратимым процессам, а знак неравенства – к необратимым. Таким образом, величина ΔS в изолированной системе может служить мерой необратимости протекающих в ней процессов: чем меньше ΔS , тем ближе процесс к обратимому.

В данной работе предлагается измерить изменение энтропии изолированной системы, в которой происходит необратимый процесс теплообмена. Теплообмен происходит при опускании различных тел, нагретых до одной и той же температуры T , в воду, находящуюся в калориметре при температуре T_∞ . Наличие внешнего стакана калориметра

делает систему практически теплоизолированной. В предлагаемой установке в теплообмене участвуют три тела:

1. Испытуемый образец массой m_t , удельной теплоемкостью c_t и начальной температурой T (почти равной температуре паров кипящей воды по шкале Кельвина).
2. Стакан калориметра массой m_k , удельной теплоемкостью c_k и начальной температурой T_α .
3. Вода, находящаяся в калориметре, массой m_e , удельной теплоемкостью c_e и начальной температурой T_α .

В результате теплообмена установится температура T_0 . При этом изменение энтропии каждого из тел может быть вычислено по формуле

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Поскольку $dQ = cmdT$, то энтропия каждого из тел изменится следующим образом:

$$\text{для испытуемого тела } \Delta S_t = c_t m_t \ln \frac{T_0}{T};$$

$$\text{для калориметра } \Delta S_k = c_k m_k \ln \frac{T_0}{T_\alpha};$$

$$\text{для воды в калориметре } \Delta S_e = c_e m_e \ln \frac{T_0}{T_\alpha}.$$

Учитывая свойства аддитивности энтропии, можно рассчитать изменение энтропии всей системы:

$$\Delta S = (m_e c_e + m_a c_a) \ln \frac{T_0}{T_\alpha} + m_o \tilde{n}_o \ln \frac{T_0}{T}. \quad (2)$$

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема экспериментальной установки приведена на рисунке 5.9.1.

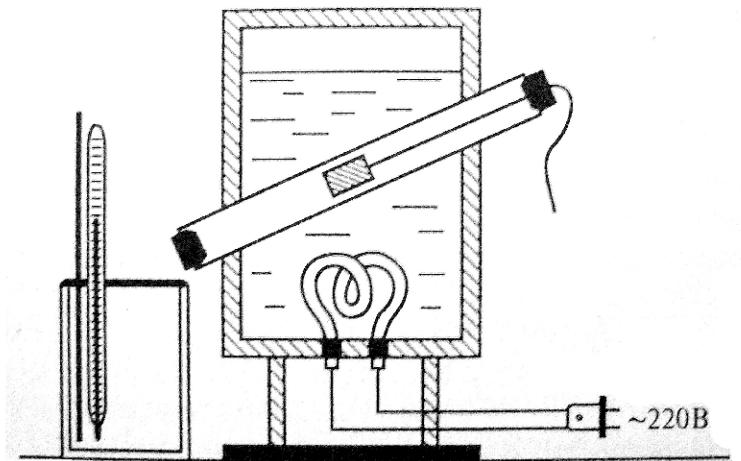


Рис. 5.9.1

Образец (медный, алюминиевый, свинцовый) помещают в центр трубки и закрывают ее с двух концов пробками. Трубка погружена в воду, которая нагревается электрической спиралью.

Калориметр представляет собой алюминиевый сосуд массой $m_k=40,50$ г в теплоизолирующем кожухе с крышкой, в отверстие которой вставляется термометр.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Подготовка к измерениям. Определите с помощью рычажных весов массы тел. Масса стакана калориметра указана на крышке калориметра.

Налейте из-под крана воды в колбу (не менее 400 мл) и поставьте ее вдали от нагревателя.

Проверьте, чтобы уровень воды в сосуде с нагревателем был не ниже, чем верхний конец погруженной в него трубы. Включите нагреватель, предварительно поместив в трубку первое исследуемое тело.

Задание 1. Пока вода и тело в сосуде нагревателя греются не менее 10 минут (с момента закипания воды), проведите измерение с калориметром и льдом.

Налейте в стакан калориметра 100 мл воды комнатной температуры,

отмерив нужный объем мензуркой, измерьте температуру воды t_e термометром.

Возьмите два кусочка льда из формочки в морозильной камере холодильника, взвесьте лёд на рычажных весах (по возможности быстро) и положите его в калориметр с водой. Измерьте температуру t_0 , установившуюся после таяния льда и достижения теплового равновесия. Начальную температуру льда t_a определите по показаниям термометра, находящегося в морозильной камере.

Запишите **уравнение теплового баланса** (алгебраическая сумма теплоты, полученной или отданной телами, в замкнутой системе равна нулю) и определите теоретическое значение равновесной температуры t_0 для этой системы. Удельная теплота плавления льда и удельные теплоемкости воды, льда и алюминия, из которого сделан калориметр, приведены в конце данного описания. Сравните $t_{0\ meop}$ с измеренным значением t_0 .

Рассчитайте изменение энтропии системы по формуле:

$$\Delta S = c_e m_e \ln \frac{T_{ie}}{T_e} + \frac{\lambda m_e}{T_{ie}} + c_a m_e \ln \frac{T_0}{T_{ie}} + (c_a m_a + c_e m_e) \ln \frac{T_0}{T_a}$$

(где $\dot{\phi}_{ie} = 273$ К – температура плавления льда).

Данные измерений и вычислений внесите в таблицу 1.

Таблица 1

$m_{\text{воды}}$ = m_e = $m_{\text{алю}}$ = 100 Г	t_e , °C (T_e , K)	t_a , °C (T_a , K)	$t_{0\ \text{эксп}}$, °C ($T_{0\ \text{эксп}}$, K)	$t_{0\ meop}$, °C ($T_{0\ meop}$, K)	ΔS , Дж/К

После окончания измерений вылейте воду из стакана калориметра.

Задание 2. Налейте в стакан калориметра 100 мл воды комнатной температуры, отмерив нужный объем мензуркой. Поставьте калориметр вдали от нагревателя, перед погружением в воду испытуемого тела измерьте температуру воды T_e . Через 10 минут после того, как закипит вода в нагревателе, выньте последовательно сначала нижнюю, затем верхнюю

пробки из трубы, и тело упадет в калориметр. Быстро закрыв калориметр, отставьте его подальше от нагревателя и следите за повышением температуры воды. Установившееся после теплообмена значение температуры $T_{0\text{ эксп}}$ зафиксируйте в протоколе.

Вылейте воду из калориметра и дайте ему охладиться. Для ускорения охлаждения можно воспользоваться водой комнатной температуры. Повторите измерения с другими телами (масса воды во всех опытах должна быть одинакова).

Для каждого опыта с помощью уравнения теплового баланса рассчитайте температуру $t_{0\text{ теор}}$, установившуюся в системе после теплообмена. Температуру нагретого тела примите равной $t = 95^\circ\text{C}$ ($T = 368\text{ K}$), т.е. на 5 градусов ниже температуры кипящей воды. Сравните расчетные значения с экспериментальными. Пользуясь формулой (2), найдите изменение энтропии системы. Результаты всех измерений и вычислений занесите в таблицу 2.

Таблица 2.

№	$m_t, \text{ г}$	$t_e, {}^\circ\text{C}$ ($T_e, \text{ K}$)	$t_{0\text{ эксп}}, {}^\circ\text{C}$ ($T_{0\text{ эксп}}, \text{ K}$)	$t_{0\text{ теор}}, {}^\circ\text{C}$ ($T_{0\text{ теор}}, \text{ K}$)	$\Delta S, \text{ Дж/К}$
1 (алюмин.)					
2 (латунь)					
3 (сталь)					

Постройте график зависимости ΔS от полной теплоемкости испытуемых тел $C = c_t m_t$.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Сформулируйте термодинамическое определение энтропии. Можно ли изменить энтропию системы, не сообщая ей теплоту? В каких случаях энтропия системы уменьшается?
2. В чем статистический смысл энтропии?

3. В каком состоянии – жидким или кристаллическим (при той же температуре) – тело обладает большей энтропией и почему?
4. Приведите различные формулировки второго начала термодинамики.
5. Докажите, что запрет Клаузиуса (утверждение о невозможности процессов, единственным результатом которых является передача тепла от холодного тела к горячему) эквивалентен утверждению о невозможности уменьшения энтропии в изолированной системе.
6. Что такое идеальная тепловая машина? Каков ее максимальный КПД?
7. В теплоизолированный алюминиевый сосуд массой 120 г при температуре 20°C наливают 210 г воды, имеющей температуру 100°C. Как изменится энтропия системы в результате теплообмена?

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Удельные теплоемкости

Алюминий: $c = 879 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$

Латунь: $c = 385 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$

Сталь: $c = 461 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$

Лёд: $c_l = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$

Вода: $c_w = 4,18 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$

Удельная теплота плавления льда $\lambda = 333 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг.}$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЯРНОЙ ТЕПЛОТЫ ИСПАРЕНИЯ ВОДЫ ПРИ ТЕМПЕРАТУРЕ КИПЕНИЯ

Цель работы: экспериментальное определение молярной теплоты испарения воды при атмосферном давлении и температуре кипения и расчет постоянной Ван-дер-Ваальса.

Литература: [4] гл. 7 §§ 7.4–7.5, 7.9, 7.10; [7] гл. 6; [11] гл. VIII §§ 97, 98, 100–103.

Приборы и принадлежности: прибор для определения молярной теплоты испарения, ампервольтвтметр переменного тока, стабилизатор напряжения, мензурки или аналитические весы, секундомер, стакан, стакан малой емкости.

ВВЕДЕНИЕ

Для испарения жидкости требуются затраты тепла. Чтобы испарение жидкости происходило изотермически, к единице массы жидкости необходимо подводить определенное количество энергии, которое называется удельной теплотой испарения λ . При испарении одного моля жидкости говорят о молярной теплоте испарения λ_m . В соответствии с первым началом термодинамики, подводимое тепло dQ идет на изменение внутренней энергии системы dU и совершение работы pdV по расширению массы жидкости при ее испарении:

$$dQ = dU + pdV . \quad (1)$$

Внутренняя энергия реального газа зависит не только от температуры, но и от объема. Согласно модели Ван-дер-Ваальса, потенциальная энергия моля газа или жидкости обратно пропорционально занимаемому объему V :

$$E_n = -\frac{a}{V},$$

где a – постоянная Ван–дер–Ваальса, зависящая от рода вещества, а также от температуры.

Таким образом, для испарения одного моля жидкости при постоянной температуре требуется затратить энергию

$$\lambda_M = a \left(\frac{1}{V_{\text{ж}}^n} - \frac{1}{V_n} \right) + P (V_n - V_{\text{ж}}), \quad (2)$$

где $V_{\text{ж}}$ – молярный объем жидкости, V_n – молярный объем пара. Учитывая,

что $V_{\text{ж}} = \frac{M}{\rho_{\text{ж}}}$ (M – молярная масса, $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости), $V_n = \frac{RT}{p}$ (пар

можно считать идеальным газом) и что $V_{\text{ж}} \ll V_n$ (вдали от критической температуры), молярную теплоту испарения можно приближенно рассчитать по формуле, следующей из формулы (2):

$$\lambda_M \approx \frac{a\rho_{\text{ж}}}{M} + RT. \quad (3)$$

В данной работе предлагается измерить значение λ_M для воды при температуре кипения и атмосферном давлении (сведения о процессах, происходящих в жидкостях при кипении, приведены в описании работы 5.12 в книге «Лабораторный практикум по общей и экспериментальной физике», а также в приложении к данному описанию).

Теплота передается воде от электрического нагревателя, по которому протекает переменный ток. Проходя через нагреватель, электрический ток совершает за время τ работу P_1 , где P_1 – мощность нагревателя.

При стационарном режиме, когда температура жидкости равна температуре кипения, вся работа тока идет на превращение воды в пар и на нагревание окружающей среды (тепловые потери), т.е.

$$P_1 \tau = \lambda_M v_1 + q, \quad (4)$$

где v_1 – число молей воды, испарившейся за время τ , q – тепловые потери за это же время. Аналогичное уравнение можно записать для другого

стационарного режима, характеризующегося другим значением мощности P_2 нагревателя. Если время испарения такое же, как и в первом случае, то и тепловые потери одинаковы, поэтому

$$P_2\tau = \lambda_M v_2 + q . \quad (5)$$

Сравнивая (5) и (4), получим выражение для расчета молярной теплоты испарения:

$$\lambda_M = \frac{\tau(P_1 - P_2)}{v_1 - v_2} . \quad (6)$$



ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема прибора для определения молярной теплоты испарения воды и схема включения нагревателя изображены на рисунке 5.11.1.

Сосуд 1 с водой плотно закрывается крышкой 2. Через крышку проходят выводы нагревателя 3, а также трубка 4, отводящая пар в конденсатор 5. Через конденсатор пропускают холодную воду. Образующийся при кипении воды пар, проходя через конденсатор, превращается в воду, которая собирается в стакан 6. Подаваемая на нагреватель мощность регулируется поворотом ручки стабилизатора напряжения и измеряется ваттметром.

Измерительные приборы (ампервольтвтметр, секундомер, аналитические весы или мензурка) позволяют найти значения всех величин, необходимых для экспериментального определения λ_M .

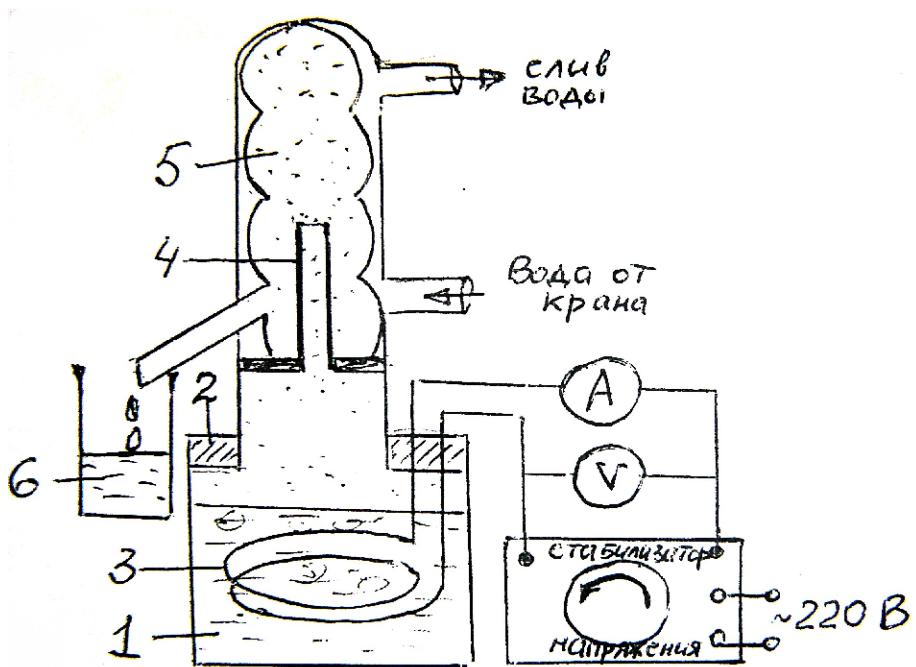


Рис. 5.11.1

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Подготовка установки к работе.



Проверьте, что вода в сосуде 1 налита до такого уровня, чтобы закрыть нагреватель 3. Откройте центральный красный кран, соединяющий систему с водопроводом. Плавно открывая синий кран, пустите в конденсатор холодную воду.

Проверьте готовность ампервольтметра к работе. Для измерения мощности переключатель Π_2 (см. фото слева) должен стоять в положении “W”. Предел напряжения установлен “300 V”. Переключатель Π_1 пределов по току установите в положение “2,5 A”. При этом предельная мощность, измеряемая прибором,

будет равна $300\text{V} \cdot 2,5\text{A} = 750\text{Вт}$. Отсчет мощности производится по верхней

шкале “W” (фото внизу). Рассчитайте цену деления шкалы на выбранном пределе.



Замкните электрическую цепь (с разрешения преподавателя или лаборанта) и установите с помощью стабилизатора напряжение 500 Вт в цепи нагревателя. К измерениям приступайте по истечении 5-7 минут после закипания воды в сосуде - за это время прибор прогреется настолько, что процессы, происходящие в нем, можно считать стационарными.

Задание 1. Проведение измерений и расчет молярной теплоты испарения воды.

Конденсированную воду собирайте в стакан б в течение времени $\tau = 80$ с. Время τ сбора конденсата измеряйте секундомером. **Оно должно быть одним и тем же во всех измерениях!**

Закончив сбор конденсата, установите другое значение мощности (400 Вт), чтобы установка готовилась к следующему измерению. Пока происходит установление нового стационарного режима (в течение 5-7 мин.), измерьте массу m собранной в стакан б воды с помощью мензурки или аналитических весов (объем мензуркой измеряется с точностью до 0,2 мл; взвешивание производится с точностью до 100 мг). Рассчитайте число молей v испарившейся воды.

Такие измерения проведите при четырех разных значениях мощности (500, 400, 300, 200 Вт), но в течение одного и того же времени $\tau = 80$ с.

Результаты опытов представьте в виде таблицы.

№	P, Вт	m, мг	v , моль	
1	500			
2	400			
3	300			
4	200			$\tau = 80 \text{ с}$

Рассчитайте λ_M по формуле (6) и оцените погрешность результата.

Рассчитайте удельную теплоту испарения воды $\lambda = \frac{\lambda_M}{M}$ и сравните полученное значение с табличным ($\lambda = 2,25 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$).

Задание 2 . Расчет постоянной Ван–дер–Ваальса a .

С помощью формулы (3) найдите значение постоянной Ван–дер–Ваальса a для моля воды и сравните полученное значение с табличным ($a = 5,52 \text{ атм} \cdot \text{л}^2/\text{моль}$ – для сравнения переведите это значение в СИ).

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Почему при кипении при постоянном давлении температура жидкости не изменяется?
2. Как объяснить с точки зрения молекуларно-кинетической теории убывание молярной теплоты испарения при возрастании температуры? Чему равна теплота испарения воды при критической температуре?
3. С помощью формулы (3) определите, какая часть теплоты испарения при 100°C идет на увеличение внутренней энергии, а какая – на совершение внешней работы.
4. Запишите уравнение Ван–дер–Ваальса и поясните смысл входящих в него поправок. Изобразите в координатах (p, V) изотермы Ван–дер–Ваальса и экспериментальные изотермы реального газа.
5. Что такое критическое состояние вещества? Как рассчитываются критические параметры в модели Ван–дер–Ваальса?

6. Изобразите диаграмму фазового равновесия H_2O в координатах (p, T) .

Укажите на ней области, соответствующие твердому, жидкому и газообразному состояниям.

7. Получите теоретическую зависимость $p(T)$ для давления насыщенных паров, считая пар идеальным газом.

8. С помощью уравнения Клапейрона–Клаузиуса рассчитайте, при каком внешнем давлении температура кипения воды будет равна 95°C ? 105°C ?

9. Что такое перегретая жидкость? Пересыщенный пар? Как можно получить такие состояния вещества?

ПРИЛОЖЕНИЕ О КИПЕНИИ ЖИДКОСТИ

Известно, что испарение жидкости может происходить при любой температуре. Наличие атмосферы, однако, существенно влияет на картину процесса. Испарение выглядит совершенно различным образом, в зависимости от того, будет ли давление насыщенного пара p_n при данной температуре меньше или больше внешнего атмосферного давления p .

Если $p_n < p$, происходит сравнительно медленное испарение с поверхности. Если же p_n достигает (или несколько превосходит) давления окружающей атмосферы, возникает **кипение** жидкости. При этом парообразование происходит во всем объеме жидкости. Центрами образования пара являются мельчайшие пузырьки посторонних газов, обычно существующие на стенках сосуда (или на взвешенных в жидкости пылинках). Жидкость испаряется внутрь газового пузырька, поэтому пузырек оказывается наполненным не только газом, но и насыщенным паром.

При увеличении температуры до некоторого значения объем пузырька становится таким, что Архимедова сила заставляет пузырек всплыть, оставляя на стенке зародыш нового пузырька. Остаточный пузырек не

находится в равновесии, так как внутреннее давление в нем превышает внешнее, поэтому он быстро раздувается и вновь всплывает. Жидкость закипает. Если жидкость кипит при постоянном внешнем давлении, то ее температура остается неизменной в течение всего процесса кипения.

Кипения жидкости можно добиться как путем нагревания жидкости при неизменном давлении, так и путем изменения внешнего давления при неизменной температуре (например, при откачивании воздуха насосом вода может закипеть при комнатной температуре).

При каждом заданном давлении кипение воды будет происходить при той температуре, при которой давление ее насыщенного пара равно данному внешнему давлению. Отсюда следует, что график $P(T)$, представляющий зависимость давления насыщенного пара от температуры, определяет также зависимость температуры кипения от давления.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.13

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости и его зависимости от температуры.

Литература: [4] гл. 7 §§ 7.11–7.13; [7] гл. 5; [19] гл. 5 § 5.3.

Приборы и принадлежности: прибор Ребиндера для определения коэффициента поверхностного натяжения, термометр, электрическая плитка, сосуд для воды.

ВВЕДЕНИЕ

Энергетические состояния молекул в поверхностном слое и внутри объема жидкости различны. Поверхностный слой жидкости обладает добавочной потенциальной энергией E , которая пропорциональна площади поверхности:

$$E = \alpha S. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности α называется коэффициентом поверхностного натяжения. Величина его зависит от рода жидкости и от температуры. Из-за наличия поверхностной энергии жидкость стремится к сокращению своей поверхности.

Определение коэффициента поверхностного натяжения надо еще дополнить указанием среды, с которой граничит жидкость. В таблицах обычно приводят значения поверхностного натяжения жидкости на границе с ее насыщенным паром.

На линии, ограничивающей поверхность жидкости, поверхностное натяжение проявляется как сила, направленная по касательной к поверхности перпендикулярно к границе. Величина силы поверхностного натяжения пропорциональна длине границы L :

$$F = \alpha L. \quad (2)$$

Если поверхность жидкости не плоская, то стремление ее к сокращению приводит к возникновению добавочного давления Δp (его обычно называют лапласовским). Для сферической поверхности,

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}, \quad (3)$$

где R – радиус кривизны сферической поверхности.

В данной работе рассматриваются сферические пузырьки воздуха, образующиеся в жидкости. В равновесии давление воздуха внутри пузырька больше внешнего давления на величину Δp , причем чем меньше радиус пузырька, тем больше разница давлений. Пузырьки выдуваются из капилляра, кончик которого опущен в жидкость. Как видно из рис.5.13.1, минимальный радиус пузырька равен радиусу отверстия капилляра.

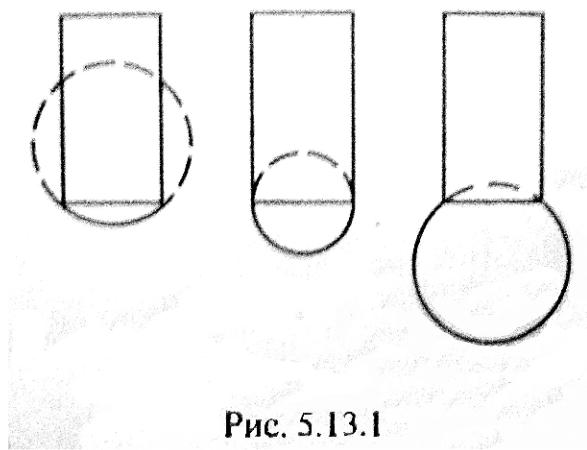
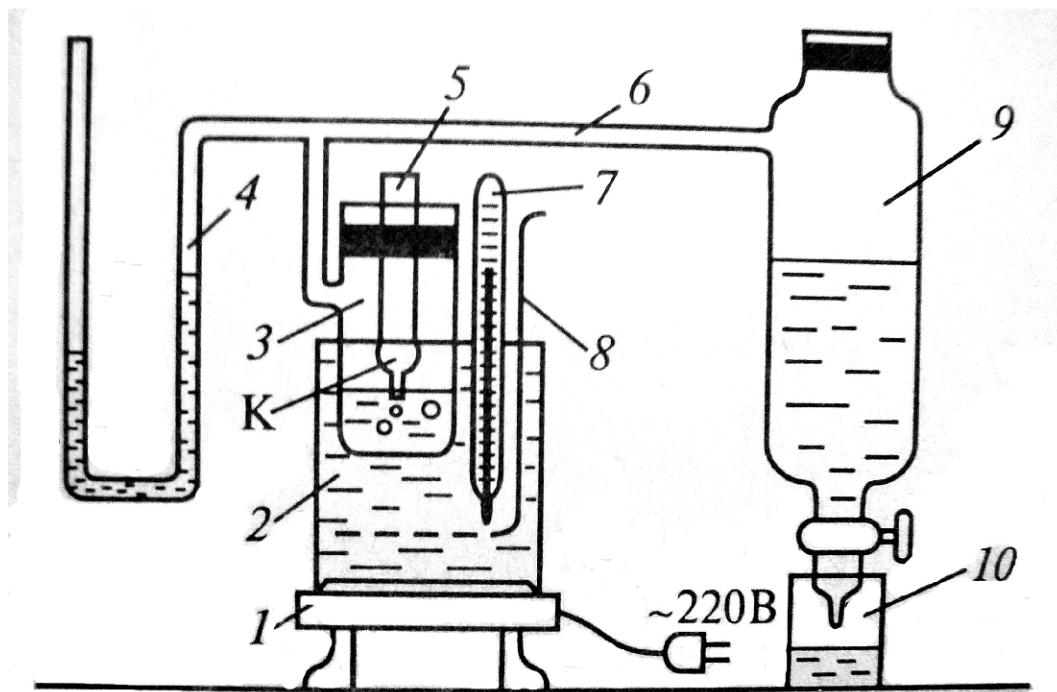


Рис. 5.13.1

Измерив лапласовское давление, можно определить коэффициент поверхностного натяжения.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема прибора Ребиндера, служащего для определения коэффициента поверхностного натяжения жидкостей, изображена на рис.5.13.2. Трубка 1 с вытянутым кончиком К (капилляром) вставляется в пробку, закрывающую сосуд 2 с исследуемой жидкостью. Капилляр К должен соприкасаться с поверхностью исследуемой жидкости. Тройник 3 соединяет воздушное пространство сосуда 2 с аспиратором 4 и манометром 5. С помощью манометра измеряют разность атмосферного давления и давления воздуха в сосуде 2. Сосуд 2 можно помешать в водянную баню 6, снабженную нагревателем 7 (электрическая плитка) и термометром 8.



5.13.2

При проведении экспериментов открывается кран аспиратора 4, вследствие чего вода из аспиратора выливается в стакан 10, при этом в сосуде 2 создается разрежение. Разность давлений внутри и вне сосуда 2 приводит к возникновению на конце капилляра К воздушного пузырька. По мере увеличения этой разности пузырек выдувается из капилляра, причем его радиус, как видно из рисунка 5.15.1, при этом уменьшается и растущая разность давлений уравновешивается лапласовским давлением Δp . Скоро радиус пузырька достигает минимально возможного значения, определяемого радиусом отверстия капилляра. Дальнейшее увеличение разрежения приводит к нарушению равновесия и отрыву пузырька. В момент отрыва пузырька разность давлений Δp , регистрируемая манометром, равна лапласовскому давлению $\frac{2\alpha}{R}$.

Входящий в эту формулу радиус пузырька нельзя определять путем непосредственного измерения радиуса капилляра прежде всего потому, что капилляр не вполне круглый. Поэтому лучше всего записать соотношение (3) в виде

$$Dp = K\alpha , \quad (4)$$

определив коэффициент К из опыта. Для определения К необходимо произвести опыт с жидкостью, для которой значение α известно, например, с дистиллированной водой.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

При подготовке прибора к работе в аспиратор налейте воду. В сосуд 2 с исследуемой жидкостью поместите трубку 1 так, чтобы капилляр трубки касался поверхности жидкости. Сосуд 2, аспиратор 4 плотно закрываются резиновыми пробками. Если открыть кран аспиратора, из капилляра в исследуемую жидкость должны выдуваться пузырьки воздуха. Открывая и закрывая кран аспиратора, подберите удобную для измерений скорость образования пузырьков.

Задание 1. Определение постоянной прибора К.

Измерьте $D\delta_0$ при продувании пузырьков через дистиллированную воду при комнатной температуре. Измерения проведите не менее 10–12 раз. Расчет К осуществляется при помощи формулы (4). Значение α возьмите из таблиц. Заметим, что размерность коэффициента К совсем не обязательно надо переводить в СИ. Поскольку Δp_0 измеряется в миллиметрах спиртового столба и все последующие измерения Δp – в тех же самых единицах, коэффициент К может измеряться в единицах (мм сп.ст.)/(мН/м).

Задание 2. Определение зависимости коэффициента поверхностного натяжения воды α от температуры.

Включив нагреватель, нагрейте воду в сосуде 2 до 80–90°C. Сосуд 2 при нагревании должен быть открыт, чтобы давление в нем не повышалось. Производя измерение Δp при остывании воды через каждые 10°, определите α при соответствующих значениях температуры. Сравните результаты с табличными значениями (см. Справочную таблицу ниже).

Задание 3. Определение коэффициента поверхностного напряжения спирта.

По вышеописанной методике определите α для спирта при комнатной температуре, предварительно поместив капилляр в сосуд с подкрашенным спиртом.

Результаты всех измерений занесите в таблицу, полученную температурную зависимость представьте в виде графика. Во всех случаях проведите оценку точности измерений.

**СПРАВОЧНАЯ ТАБЛИЦА
КОЭФФИЦИЕНТ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ВОДЫ ПРИ
РАЗЛИЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ**

$t, ^\circ\text{C}$	$\alpha, \text{мН/м}$
0	75,5
10	74,0
20	72,5
30	71,0
40	69,5
50	67,8
60	66,0
70	64,2
80	62,3
90	59,0
100	56,0

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Каков физический смысл коэффициента поверхностного натяжения?
2. Каково значение коэффициента поверхностного натяжения при критической температуре и почему?
3. Как изменится коэффициент поверхностного натяжения воды, если добавить в воду спирт?
4. В каком направлении переместится капля воды в капилляре переменного сечения (рис. 5.15.3) и почему?

5. Какое значение имеют явления смачивания и несмачивания в природе и технике?
6. Однаковы ли значения Δp в формуле (3) для смачивающей и несмачивающей жидкостей в одном и том же капилляре в момент выдувания из него пузырька воздуха?
7. В закрытом сосуде находились капли воды разной величины. Что произойдет с ними через продолжительное время и почему?
8. При подъеме смачивающей жидкости по капилляру выделяется тепло. Как его рассчитать?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.14

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ КОМНАТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

Цель работы: проверка закона Дюлонга и Пти для некоторых металлов при комнатной температуре.

Литература: [4] гл. 10 §§ 10.8–10.10; [11] гл. V §§ 68, 69; [19] гл. 4 § 4.5.

Приборы и принадлежности: калориметр, выпрямитель типа ВСА-5К, амперметр, миллиамперметр, цифровой вольтметр, стабилизатор напряжения.

ВВЕДЕНИЕ

В твердых кристаллических телах атомы или положительно заряженные ионы, находящиеся в узлах кристаллической решетки, совершают малые колебания около некоторого положения равновесия с частотой ν_0 . Считая колебания отдельных атомов независимыми друг от друга и принимая, что $kT \gg h\nu_0$ определим теплоемкость кристалла.

Каждый атом можно считать осциллятором, имеющим три колебательные степени свободы. При сделанных предположениях можно применить классическую теорему о равнораспределении энергии по степеням свободы. Средняя энергия, приходящаяся на одну колебательную степень свободы, равна kT (k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура). Каждый атом обладает тремя степенями свободы, а один моль вещества содержит N_A (число Авогадро) атомов. Следовательно, внутренняя энергия одного моля вещества $U = 3N_A kT$. Тогда молярная теплоемкость при постоянном объеме равна:

$$C_V = \frac{dU}{dT} = 3N_A k = 3R,$$

где R – универсальная газовая постоянная. Это соотношение носит название закона Дюлонга и Пти.

Эксперименты показали, что при высоких температурах (порядка комнатной и выше) большинство твердых тел достаточно хорошо подчиняется этому закону. Однако в области низких температур теплоемкость убывает с понижением температуры, причем $C \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$, что удается объяснить только методами квантовой механики.

Целью данной работы является измерение теплоемкости твердых тел при высоких температурах. Методика проведения эксперимента заключается в следующем. Исследуемое тело нагревается электрическим способом в калориметре. Сначала определяется зависимость приращения температуры от времени для пустого калориметра, затем для калориметра с исследуемым телом. При этом ток I_H в обмотке нагревательной спирали калориметра неизменен. В отсутствие теплообмена с окружающей средой эти зависимости были бы линейными. В реальных условиях графики этих зависимостей имеют вид, изображенный на рисунке 5.14.1.

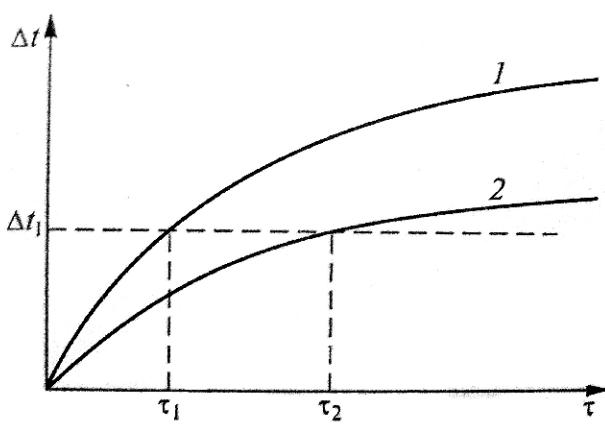


Рис. 5.14.1

Для нагревания пустого калориметра на Δt градусов, потребуется отрезок времени τ_1 , а для нагревания калориметра с телом на те же Δt градусов потребуется больший промежуток времени τ_2 . Удельная теплоемкость исследуемого вещества может быть

определенна из уравнения теплового баланса (различием в тепловых потерях в окружающее пространство пренебрегаем):

$$I_H^2 R_H (\tau_2 - \tau_1) = cm \Delta t,$$

откуда

$$c = \frac{I_H^2 R_H \Delta t}{m \Delta t}. \quad (1)$$

Здесь c – удельная теплоемкость тела, m – масса исследуемого тела, R_H – сопротивление спирали нагревателя, $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

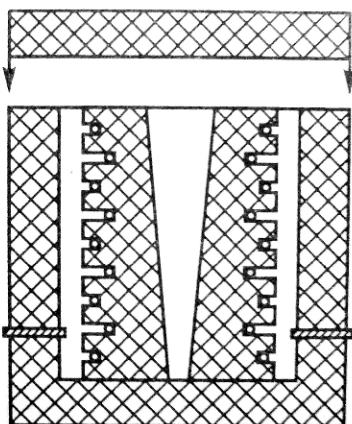


Рис. 5.14.2

Для измерения теплоемкости металлов используется калориметр, конструкция которого показана на рисунке 5.14.2. Калориметр представляет собой латунный корпус с коническим отверстием, куда вставляются исследуемые тела, имеющие форму усеченного конуса. Для медного тела $m=2,50$ кг, для стального $m=2,17$ кг. В корпусе калориметра уложена нагревательная спираль (печка) из константана и спираль термометра сопротивления, выполненная из медной проволоки. Снаружи корпус калориметра закрыт теплоизолирующим кожухом. Тела помещаются в калориметр и вынимаются из него только с помощью специального приспособления.

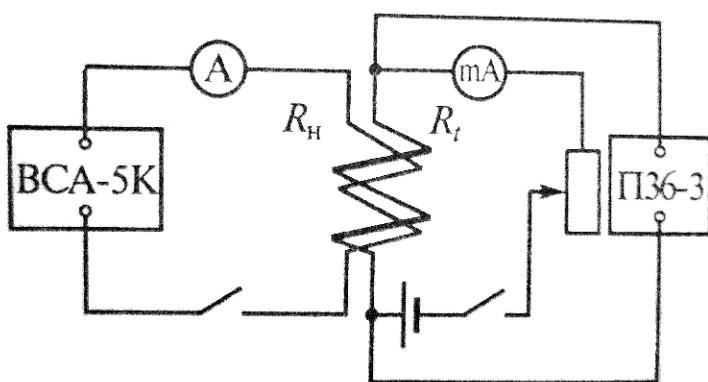


Рис. 5.14.3

Электрическая схема калориметра представлена на рисунке 5.14.3. Нагреватель сопротивлением $R_H=100$ Ом питается от выпрямителя типа ВСА-5К. При включенном нагревателе температура калориметра с течением времени повышается. Для измерения температуры используется зависимость сопротивления медной проволоки от температуры (термометр сопротивления). В качестве источника постоянного тока в измерительной цепи термосопротивления используется стабилизатор напряжения П36-3.

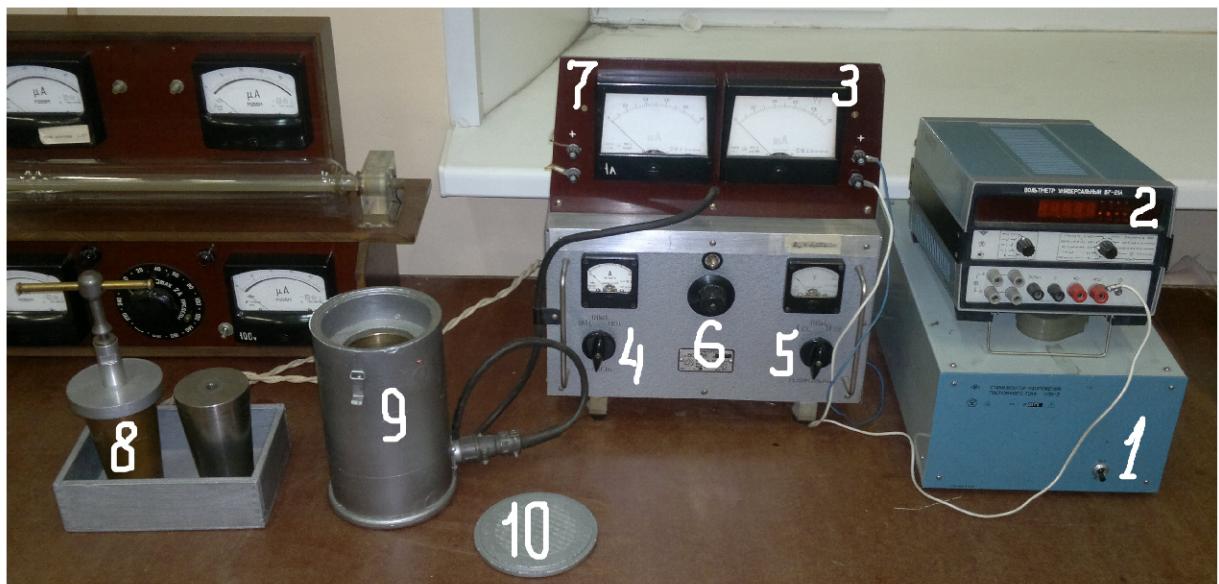
Сопротивление спирали термометра при разных температурах может быть рассчитано на основании показаний U_t цифрового вольтметра и миллиамперметра “mA”, включенных в измерительную цепь: $R_t = \frac{U_t}{I_t}$ (для удобства расчетов значение тока I_t в измерительной цепи устанавливается равным 1 mA). Зная, что сопротивление металла изменяется с температурой по закону

$$R_t = R_0(1 + \alpha \cdot t),$$

можно найти температуру t исследуемого образца (здесь $R_0=2,967$ Ом – сопротивление при 0°C , R_t – сопротивление при температуре t , α – температурный коэффициент сопротивления*).

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Электрическая схема собрана в соответствии с рисунком 5.14.3.



Включите стабилизатор напряжения 1 и цифровой вольтметр 2 (фото вверху). При этом миллиамперметр 3 покажет ток в измерительной цепи $I_t=1$ mA. Запишите начальное показание цифрового вольтметра U_t – оно соответствует комнатной температуре.

Задание 1. Измерение временной зависимости температуры калориметра с образцом.

С помощью держателя поместите исследуемый образец 8 в калориметр 9, отвинтите держатель и закройте калориметр с образцом крышкой 10.

КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ ПРИКАСАТЬСЯ РУКАМИ К ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ КАЛОРИМЕТРА И К ПОВЕРХНОСТИ ИССЛЕДУЕМОГО ТЕЛА.

Замкните цепь нагревателя поворотом ручки 4 выпрямителя ВСА-5К. Установите режим работы поворотом ручки 5 в положение “II ст”. Вращением ручки потенциометра 6 подайте на спирать нагревателя напряжение 60 В (подаваемое напряжение контролируется с помощью вольтметра на панели выпрямителя, а ток I_h в цепи нагревателя измеряется амперметром 7).

Когда напряжение U_t , измеряемое цифровым вольтметром, достигнет значения 3,300 мВ, включите секундомер. Снимите зависимость U_t от времени с шагом 0,020 мВ до конечного значения 3,700 мВ (всего 20 точек). В процессе измерений поддерживайте постоянным ток нагревателя. Для каждого значения U_t рассчитайте соответствующую температуру t . Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу.

U_t , мВ	R_t , Ом	t , °C	Калориметр с образцом		Пустой калориметр	
			τ , мин. сек	τ , с	τ , мин. сек	τ , с
3,300						
3,320						
...						
3,700						

После окончания измерений выключите нагреватель (ручка 4), откройте крышку калориметра и с помощью держателя извлеките тело. Охлаждайте калориметр до тех пор, пока значение U_t не станет чуть ниже 3,300 мВ.

Задание 2. Измерение временной зависимости температуры пустого калориметра.

Пустой калориметр закройте крышкой и проведите те же измерения, что и в задании 1. После проведения измерений выключите установку и откройте крышку калориметра.

Задание 3. Определение теплоемкости образца.

Постройте графики зависимости температуры калориметра с образцом и пустого калориметра от времени. По графикам найдите удельную и молярную теплоемкость исследуемого образца. Для расчетов используйте 5 различных значений Δt . Оцените погрешность результатов. Сравните полученные значения теплоемкостей с табличными значениями и с предсказаниями закона Дюлонга и Пти.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Чему равна молярная теплоемкость твердого диэлектрического кристалла, согласно классической теории теплоемкостей? Рассчитайте молярную теплоемкость C_V поваренной соли NaCl в классическом приближении.
2. Может ли классическая физика объяснить, почему электроны проводимости в металлах не дают вклада в теплоемкость при комнатной температуре?
3. Как меняется теплоемкость кристалла при понижении температуры? Объясняет ли это изменение классическая теория?
4. Каковы основные положения дебаевской теории теплоемкости кристаллической решетки?
5. Дебаевская температура углерода (алмаз) $\Theta = 200 \text{ К}$. Какова его молярная и удельная теплоемкости при 300 К ?
6. При $T=20 \text{ К}$ молярная теплоемкость меди $C=0,9836 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$.

Пользуясь графиком $\frac{C_V}{3R} = f\left(\frac{T}{\Theta}\right)$, данным в Приложении к работе, найдите дебаевскую температуру меди.

7. Каким статистическим распределением описывается электронный газ в металле? От чего зависит температура Ферми?

9. Как оценить вклад в теплоемкость металла электронов проводимости: а) исходя из классической теории; б) исходя из квантовой теории? Как теплоемкость электронного газа зависит от температуры?
10. Вычислите энергию Ферми и температуру Ферми для меди. Примите число свободных электронов равным числу атомов. Плотность меди $\rho=8,94 \cdot 10^3$ кг/м³.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.16

ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА ХОЛЛА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Цель работы: исследование зависимости ЭДС Холла в полупроводниках от индукции магнитного поля. Определение концентрации и подвижности основных носителей заряда в полупроводнике.

Литература: [4], гл. 11, § 11.4; [13] гл. VII § 100; [19], гл. 4 § 4.3.

Приборы и принадлежности: образец полупроводникового материала – германия (Ge), стабилизатор напряжения постоянного тока П36-2, цифровой вольтметр, миллиамперметр, электромагнит, выпрямитель ВС-24М.

ВВЕДЕНИЕ

Эффект Холла в полупроводниках заключается в появлении поперечной разности потенциалов в полупроводниковом образце с током, помещенном в магнитное поле. Рассмотрим полупроводниковый образец в виде прямоугольной пластинки с электронным типом проводимости (рис. 5.16.1).

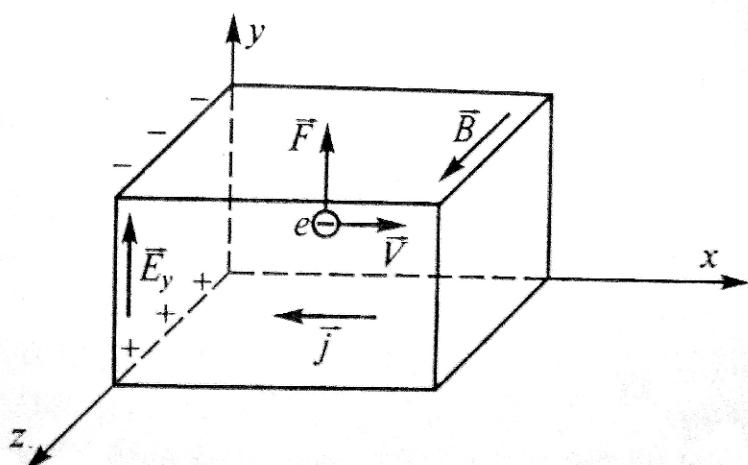


Рис. 5.16.1

Направление средней
упорядоченной скорости
электрона v
противоположно вектору
плотности тока j . Магнитное
поле перпендикулярно
плоскости рисунка. Под
действием силы Лоренца
электроны будут отклоняться

к верхней грани образца, на которой скапливается отрицательный заряд, на противоположной грани остается нескомпенсированный положительный заряд ионов кристаллической решетки. Возникающая вследствие этого поперечная разность потенциалов называется ЭДС Холла.

Разделение зарядов в образце будет продолжаться до тех пор, пока

электрическая и магнитная составляющие силы Лоренца не уравновесят друг друга. При этом условии (обозначения из рис. 5.16.1)

$$ev_x B_x - eE_y = 0 . \quad (1)$$

Отсюда

$$E_y = v_x B_z = \frac{j_x B}{en_e} = R_H j_x B . \quad (2)$$

Здесь $R_H = \frac{1}{en_e}$ – постоянная Холла, n_e – концентрация электронов. Для

отрицательно заряженного электрона постоянная Холла отрицательна:

$$R_H = -\frac{1}{|e|n_e} . \quad (3)$$

Очевидно, постоянная Холла в материале р-типа проводимости, где основными носителями заряда являются дырки, равна:

$$R_H = \frac{1}{en_p} , \quad (4)$$

где n_p – концентрация дырок.

Из сопоставления выражений (3) и (4) видно, что знак постоянной Холла R_H и, следовательно, знак ЭДС Холла U_H будут зависеть от знака носителей заряда в полупроводнике. Если перейти от напряженности поля Холла E_y к ЭДС Холла U_H и от плотности тока j_x к полному току через образец I , то выражение (2) преобразуется к виду

$$U_H = \frac{R_H IB}{d} , \quad (5)$$

где d – размер образца в направлении B .

Из анализа выражений (3), (4) и (5) видно, что значение ЭДС Холла позволяет найти концентрацию и знак носителей заряда.

Если, помимо ЭДС Холла, измерить электропроводность $\sigma = en \mu_n$ (6), то можно найти подвижность основных носителей μ , равную произведению R_H на σ :

$$R_H \sigma = \frac{1}{en} (en \mu) = \mu . \quad (7)$$

Таким образом, измерив ЭДС Холла и проводимость, можно определить

такие важные параметры полупроводника, как знак и концентрация основных носителей заряда и их подвижность.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Измерение ЭДС Холла и удельного сопротивления полупроводниковых образцов производится с помощью схемы, представленной на рис. 5.16.2.

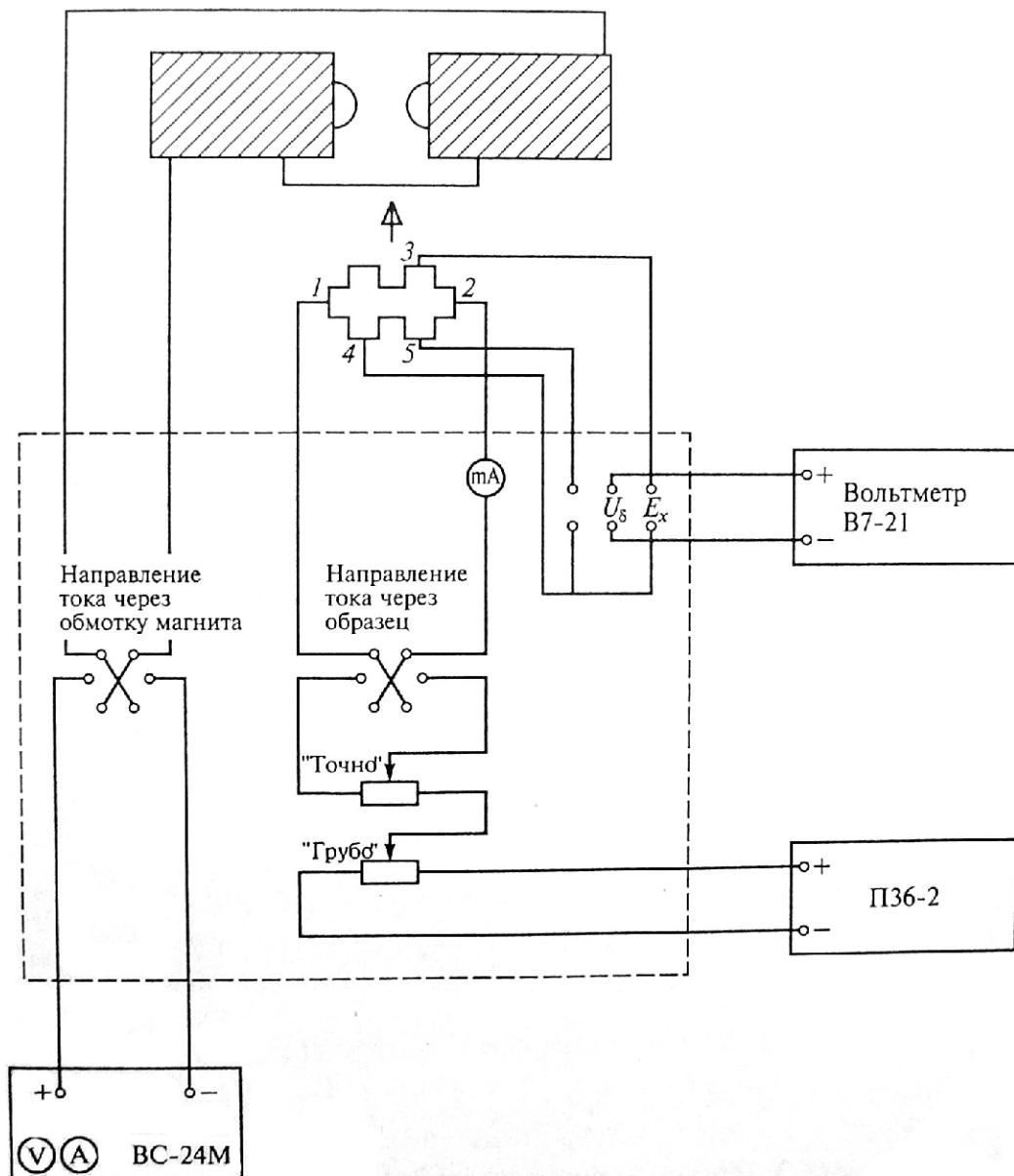


Рис. 5.16.2

Основным элементом схемы является полупроводниковый образец, представляющий собой монокристалл германия с небольшим добавлением примеси (размеры образца: $d = 0,106$ см (в направлении магнитного поля), ℓ

$=0,29$ см (в направлении тока), площадь поперечного сечения $S=0,165\times0,106$ см^2), изготовленный в виде гантели для обеспечения лучшей эквипотенциальности боковых зондов для измерения ЭДС Холла. Контакты 1, 2 служат для создания электрического тока в образце, 3–5 – для измерения ЭДС Холла, 4–5 – для измерения удельного сопротивления. Сила тока в образце не должна превышать 1 мА.



Полупроводниковый образец помещается между полюсами электромагнита 1. Ток в электромагните создается с помощью выпрямителя ВС-24М. Для изменения направления тока в обмотке магнита имеется специальный переключатель, расположенный на панели управления 2.

Ток в полупроводниковом образце создается с помощью стабилизатора постоянного тока 3 (П36-2), который снабжен дополнительными потенциометрами для грубой и точной регулировки силы тока и переключателем для изменения направления тока в образце. Ток через образец измеряется миллиамперметром. Потенциометры “грубо”, “точно”, переключатель направления тока и миллиамперметр находятся на панели управления 2.

ЭДС Холла и значение напряжения на образце для расчета сопротивления образца измеряются с помощью цифрового вольтметра 4. Выбор измеряемого параметра осуществляется с помощью переключателя

рода работы на панели управления вольтметра.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Измерение зависимости ЭДС Холла от индукции магнитного поля при постоянной силе тока в образце.

Поддерживая постоянной силу тока в образце (рекомендуется установить значение тока в образце $I=0,5$ мА), измерьте зависимость ЭДС Холла от индукции магнитного поля B , изменяя ток в электромагните от 0,5 А до 4,5 А (через 1 А). Напряженность магнитного поля в зависимости от тока через электромагнит определяется с помощью калибровочного графика. При определенном значении индукции магнитного поля следует проводить 4 измерения, соответствующие двум направлениям тока через образец и противоположным направлениям магнитного поля. Значение ЭДС Холла принимается равным среднему арифметическому из четырех полученных значений.

Результаты занесите в таблицу. По результатам измерений постройте график зависимости $U_{H,sp}$ от B .

Задание 2. Определение концентрации носителей заряда по значению постоянной Холла.

По тангенсу угла наклона графика $U_{H,sp}$ (B) определите постоянную Холла:

$$R_H = \frac{U_H d}{IB} \quad [\text{м}^3/\text{Кл}].$$

Оцените погрешность результата также с помощью графика.

Рассчитайте концентрацию основных носителей заряда:

$$n = \frac{1}{eR_H} \quad [\text{м}^{-3}].$$

Задание 3. Определение подвижности основных носителей заряда.

Измерьте разность потенциалов U_s между зондами 4 и 5 (при выключенном электромагните) и определите проводимость полупроводникового образца:

$$\sigma = \frac{I}{U_\sigma} \frac{1}{S}, \text{ (S - площадь поперечного сечения образца).}$$

Зная постоянную Холла R_H и электропроводность, найдите подвижность свободных носителей заряда:

$$m = R_H s.$$

Результаты всех измерений и вычислений занесите в таблицу.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Что такое подвижность носителей тока? Из определения погрешности и закона Ома в дифференциальной форме получите формулу (6).
2. Каковы условия возникновения ЭДС Холла?
3. Каковы особенности зонной структуры полупроводников, диэлектриков и металлов?
4. Как влияют донорные и акцепторные примеси на структуру энергетических уровней полупроводника?
5. Применима ли к электронам в зоне проводимости и к дыркам в валентной зоне классическая статистика Больцмана? Обоснуйте ответ.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.17*

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Цель работы: измерение температурной зависимости электропроводности металла (медь) и полупроводника (германий) в диапазоне температур $20 - 120^{\circ}\text{C}$.

Литература: [2] 3.6, [4] гл. 11 §§ 11.2–11.4, [7] гл.7, §§ 38-40, гл.8 §§ 43-43, [13] гл.VII §§ 99-100, [19] гл.4 §§ 4.2, 4.3.

Измерительная установка содержит два блока: объект исследований и измерительное устройство, выполненные в виде конструктивно законченных изделий, устанавливаемых на лабораторном столе и соединяемых между собой кабелем.

ВВЕДЕНИЕ

Электропроводимость металла σ может быть выражена как

$$\sigma = e n_e \mu_e, \quad (1)$$

где e – заряд электрона, n_e – концентрация электронов, μ_e – подвижность электронов, численно равная дрейфовой скорости электрона в электрическом поле с единичной напряженностью.

Для полупроводников, где, кроме электронов, перенос заряда осуществляют подвижные носители положительного заряда – дырки, формула (1) должна быть дополнена еще одним слагаемым:

$$\sigma = e n_e \mu_e + e n_p \mu_p, \quad (2)$$

где μ_p и n_p – подвижность и концентрация дырок.

Из соотношений (1) и (2) видно, что температурная зависимость электропроводности различных веществ определяется температурными зависимостями подвижностей и концентраций свободных носителей заряда.

Классическая теория электропроводности не в состоянии объяснить наблюдаемые на опыте зависимости $\sigma(T)$. В рамках классической теории неясно также, почему одни кристаллы – хорошие проводники, другие – диэлектрики или полупроводники. Ответы на эти и многие другие вопросы дала **квантовая зонная теория твердых тел**.

При объединении атомов в кристаллическое тело структура энергетических уровней электронов претерпевает важные изменения. Эти изменения почти не затрагивают уровней внутренних, заполненных оболочек. Волновые же функции наружных электронов в существенной мере перекрываются, что приводит к обобществлению этих электронов: они принадлежат не отдельным атомам, а всему кристаллу. Энергетические уровни внешних электронов расщепляются, образуя разрешенные энергетические зоны, разделенные запрещенными зонами. Ширина зон определяется величиной связи между атомами в кристалле и не зависит от числа атомов в кристалле, а количество уровней в зоне равно числу атомов. Таким образом, расстояние между уровнями оказывается столь малым, что говорить о положении отдельных уровней в зоне не имеет смысла. Состояния обобществленных электронов, находящихся на различных уровнях одной и той же зоны, различаются импульсом (или, точнее говоря, квазимпульсом), а, значит, направлением и скоростью движения.

Проводимость кристаллов определяется распределением электронов по уровням. В *изоляторах* электроны доверху заполняют последнюю из занятых зон (валентную зону). Следующая разрешенная зона (зона проводимости) не содержит электронов. Ширина запрещенной зоны велика по сравнению с характерной тепловой энергией kT , так что электроны в

обычных условиях не в состоянии ее «перепрыгнуть». В силу симметрии кристалла количество электронов, находящихся в валентной зоне и движущихся в противоположные стороны, одинаково – электрический ток отсутствует. В присутствии электрического поля электроны не могут изменить своего движения, так как нет свободных энергетических состояний в зоне.

В *металле* электроны лишь частично заполняют последнюю из занимаемых зон. В присутствии поля электроны могут занимать свободные состояния, соответствующие получению импульса «против поля», и кристалл проводит ток.

К *полупроводникам* относятся вещества, которые при низких температурах являются изоляторами. Ширина запрещенной зоны ΔE в полупроводниках невелика, поэтому уже при обычных температурах тепловое движение перебрасывает часть электронов из валентной зоны в зону проводимости. Электропроводность, связанная с наличием электронов в зоне проводимости, называется электронной, а из-за появления свободных состояний в валентной зоне возникает так называемая дырочная проводимость.

Рассмотрим температурную зависимость **концентрации** свободных носителей заряда n в металлах и полупроводниках..

В металлах концентрация свободных электронов велика ($\sim 10^{28} \div 10^{29} \text{ м}^{-3}$) и не меняется с температурой.

В чистых полупроводниках, напротив, концентрация свободных носителей заряда сильно зависит от температуры. При $T=0$ валентная зона полностью заполнена электронами, а зона проводимости пуста. Если повысить температуру кристалла, то в равных количествах возникнут электроны проводимости и дырки, концентрация которых в чистом полупроводнике определяется вероятностью такого перехода:

$$n_e = n_p \approx n_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right), \quad (3)$$

где k – постоянная Болтымана, n_0 – некоторая постоянная. В этом случае говорят о *собственной проводимости* полупроводника.

Из выражения (3) видно, что концентрация собственных электронов и дырок n_e и n_p стремится к нулю при убывании температуры. Однако концентрация носителей не падает до нуля, поскольку в любом полупроводнике есть примеси, которые являются поставщиками электронов (в материале *n*-типа проводимости) или дырок (в материале *p*-типа). Так как энергия ионизации примесей $\Delta E_{np} \approx 10^{-2} \Delta E$, то при температурах, когда $n_e = n_p \rightarrow 0$, примеси полностью ионизованы. Это так называемая “область истощения примесей” – диапазон температур, в котором не меняется концентрация носителей тока, полученных за счет ионизации примесей.

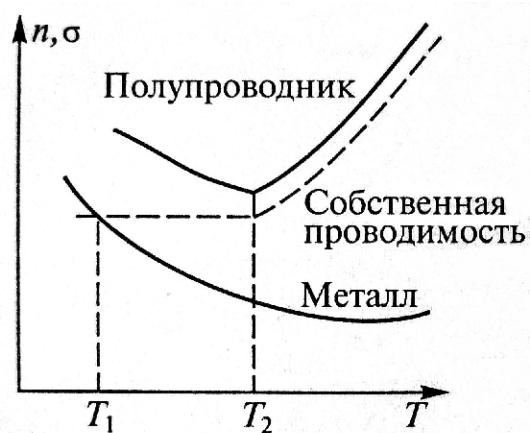


Рис. 5.17.1

На рисунке 5.17.1 пунктирной кривой показана температурная зависимость концентрации электронов проводимости в полупроводниках. Диапазон температур $T_2 - T_1$ соответствует области истощения примесей ($kT_1 \geq \Delta E_{np}$).

Подвижность носителей заряда в кристаллических твердых телах связана с рассеянием их на дефектах (отклонениях от идеальности) кристаллической решетки. Мы рассмотрим один вид таких дефектов: тепловые колебания ионов около положения равновесия при $T > 0$. При тепловом колебательном движении ион периодически смещается от положения равновесия, вызывая рассеяние носителей заряда. Чем больше средняя энергия колебания ($\sim kT$), тем больше амплитуда колебаний атомов

в узлах кристаллической решетки и тем меньше подвижность, т.е. с повышением температуры подвижность падает. Строгий расчет показывает, что

$$\mu \sim T^{-\alpha}, \quad (4)$$

При этом для металлов $\alpha \approx 1$, а для полупроводников $\alpha \approx 3/2$.

Проанализировав температурные зависимости концентрации и подвижности, мы можем сделать некоторые предварительные заключения о температурной зависимости проводимости металлов и полупроводников.

В металлах концентрация носителей неизменна ($n = const$), и поэтому температурная зависимость проводимости определяется только подвижностью электронов. С повышением температуры проводимость металлов падает, а сопротивление увеличивается. Зависимость удельного сопротивления ρ от температуры характеризуют *температурным коэффициентом сопротивления* данного металла:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}.$$

Вообще говоря, температурный коэффициент сопротивления данного металла различен при разных температурах. Однако изменение α с температурой не очень велико, поэтому в не слишком широком диапазоне температур его можно считать постоянным, а зависимость ρ от температуры – линейной:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (5)$$

где ρ_0 - удельное сопротивление при 0°C , t - температура по шкале Цельсия.

В полупроводниках с температурой меняются и концентрация и подвижность свободных носителей заряда. При достаточно низких температурах, в области истощения примесей ($n=const$), электропроводность $\sigma(T)$ пропорциональна $\mu(T)$, поэтому, как и у

металлов, с повышением температуры проводимость падает, а сопротивление растет.

При достаточно высоких температурах ($T > T_2$) в области собственной проводимости

$$\sigma = e n_e \mu_e + e n_p \mu_p = e(\mu_p + \mu_e) n_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right); \quad (6)$$

так как μ_e и μ_p слабо (по сравнению с экспонентой) зависят от температуры, то (6) можно приближенно записать:

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right) \quad (7)$$

где $\sigma_0 = e(\mu_e + \mu_p) n_0$.

Температурные зависимости проводимости полупроводников и металлов представлены на рисунке 5.17.1 сплошной кривой.

Ширину запрещенной зоны полупроводника можно определить по зависимости его сопротивления R от температуры. Так как $R = l/(\sigma S)$, где l - длина образца, S - площадь его поперечного сечения, то из (7) следует, что в области собственной проводимости

$$R = R_0 \exp\left(\frac{\Delta E}{2kT}\right),$$

или

$$\ln R = \ln R_0 + \frac{\Delta E}{2kT} \quad (8).$$

В данной работе исследование сопротивления полупроводника производится при $T \geq T_2$. В зависимости от чистоты образца и температуры примесная проводимость может вносить больший или меньший вклад. Она искажает температурный ход собственной проводимости. *Чтобы правильно определить ширину запрещенной зоны, надо проделать измерения в широком диапазоне температур и выбрать участок, где зависимость сопротивления от $1/T$ имеет экспоненциальный характер.*

Для определения ширины запрещенной зоны строится график зависимости $\ln R$ от $1/T$. Согласно формуле (8), в области собственной проводимости график должен иметь вид прямой линии, тангенс угла наклона которой равен $\frac{\Delta E}{2k}$, откуда

$$\Delta E = 2k \cdot \operatorname{tg} \alpha . \quad (9)$$

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Установка позволяет измерять сопротивления образцов и их температуру в процессе нагревания и охлаждения.



В сборном корпусе 1 объекта исследования установлены: электропечь с размещенными внутри образцами, температурный датчик (термометр сопротивления), вентилятор для охлаждения образцов и источники питания электропечи и вентилятора. Электропечь служит для нагрева образцов до максимальной температуры 120 °C в течение 15 – 20 минут. Вентилятор служит для ускорения охлаждения образцов. На передней панели корпуса 2 размещены органы управления и индикации.

Положениям переключателя ОБРАЗЕЦ соответствует подключение следующих образцов:

- «1» – металл (медь);
- «2» – сплав с низким температурным коэффициентом сопротивления (манганин или константан);
- «3» – полупроводник (полупроводниковый терморезистор);
- «0» – измерительный вход устройства закорочен.

На передней панели измерительного устройства 2 размещены кнопки НАГРЕВ и ВЕНТ для включения и выключения (путем повторного нажатия) электропечи и вентилятора. Индикаторы ОМ и $^{\circ}\text{C}$ указывают значения сопротивления и температуры образцов в процессе работы.

С помощью кнопки СТОП ИНД можно остановить индикацию значений температуры и сопротивления. При включении режима остановки показания на этих индикаторах фиксируются в том состоянии, в котором они находились при нажатии кнопки, при этом режим работы установки не меняется. При повторном нажатии на индикаторах снова отображаются текущие значения измеряемых величин.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Подключите сетевые шнуры измерительного устройства и объекта исследования к сети и включите установку выключателями СЕТЬ на задней панели измерительного устройства и передней панели объекта. Дайте установке прогреться в течение 5 минут.

Задание 1. Измерение температурного коэффициента сопротивления металла.

Переключатель ОБРАЗЕЦ установите в положение «1»: металл.

Нажмите кнопку НАГРЕВ на передней панели измерительного устройства. Наблюдая за индикаторами температуры ($^{\circ}\text{C}$) и сопротивления, измеряйте зависимость $R(t)$ через каждые 5 $^{\circ}\text{C}$ в диапазоне от комнатной температуры до 120 $^{\circ}\text{C}$. (При нагревании до 125 $^{\circ}\text{C}$ срабатывает защита: автоматически выключается нагреватель и включается вентилятор.) При

достижении максимальной температуры 120 °С выключите нагреватель, нажав кнопку НАГРЕВ, и включите вентилятор для охлаждения образца кнопкой ВЕНТ. Продолжая наблюдать за индикаторами, снимите зависимость $R(t)$ при охлаждении образца. Результаты измерений представьте в виде таблиц.

Небольшое несоответствие значений сопротивлений при одних и тех же температурах при измерении их в режиме нагрева и охлаждения объясняется различной тепловой инерционностью температурного датчика и образцов.

Постройте на одном графике зависимости $R(t)$, полученные при нагревании и охлаждении. Путем экстраполяции определите значение сопротивления R_0 при 0 °С. По наклону графиков и значению R_0 рассчитайте температурный коэффициент сопротивления металла.

Оцените погрешность полученного результата.

Задание 2. Вычисление ширины запрещенной зоны полупроводника.

Переключатель ОБРАЗЕЦ установите в положение «3»: полупроводник.

Проведите измерения $R(t)$ при нагревании и охлаждении так же, как в задании 1.

По окончании измерений установите переключатель ОБРАЗЕЦ в положение «0» и отключите питание установки.

Постройте график зависимости $R(t)$.

Постройте график $\ln R = f(1/T)$ и по наклону его прямолинейной части (при более высоких температурах) рассчитайте ширину ΔE запрещенной зоны исследуемого полупроводника в электронвольтах.

Оцените погрешность полученного результата.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Какова температурная зависимость удельного сопротивления полупроводников и металлов?
2. В чем различие энергетического спектра состояний электронов в полупроводниках и диэлектриках?
3. Какова температурная зависимость подвижности свободных носителей заряда в металлах и полупроводниках? Концентрация свободных носителей?
4. Каковы особенности собственной и примесной проводимости полупроводников?
5. Какой статистикой описываются состояния электронов в металле? Что такое энергия Ферми? Рассчитайте энергию Ферми для меди, приняв число свободных электронов равным числу атомов.
6. Что такое вырожденный электронный газ? Является ли электронный газ при комнатной температуре вырожденным в металле? в полупроводнике?