

Лабораторная работа № 1.17-18¹⁾

Экспериментальное определение модуля Юнга и модуля сдвига

Введение

В области упругих деформаций напряжение, возникающее в деформированном теле, пропорционально относительной деформации. В случае продольной деформации образца цилиндрической формы это соотношение (закон Гука) записывается обычно в следующей форме:

$$\sigma = E\varepsilon_{\text{од}}, \quad (1)$$

где $\sigma = F/S$ - напряжение, $\varepsilon_{\text{од}} = \Delta l/l$ - относительная деформация, E - модуль Юнга материала образца, F - деформирующая сила, l , S - длина и площадь поперечного сечения образца.

Если измерить деформирующую силу и соответствующее ей удлинение образца Δl , то модуль Юнга можно вычислить по формуле:

$$E = \sigma/\varepsilon_{\text{од}} = Fl/(S\Delta l) = mgl/(0,25\pi d^2\Delta l). \quad (2)$$

При закручивании проволоки в ней возникают деформации сдвига. При малых углах поворота φ эти деформации являются упругими, поэтому момент возвращающих сил пропорционален углу закручивания:

$$M = -k \cdot \varphi. \quad (3)$$

Коэффициент k в этом уравнении зависит от упругих свойств вещества проволоки, характеристикой которых в данном случае является модуль сдвига G . По закону Гука можно найти связь между k и G [1]:

$$k = G \frac{\pi r^4}{2l}, \quad (4)$$

где r - радиус проволоки, l - ее длина.

С учетом (4) уравнение (3) принимает вид:

$$M = -G \frac{\pi r^4}{2l} \varphi. \quad (5)$$

Это соотношение указывает на два возможных метода экспериментального определения модуля сдвига:

статический - путем измерения момента внешних сил (численно равного моменту сил упругости) и соответствующего угла закручивания φ исследуемой проволоки;

динамический - путем измерения периода T крутильных свободных колебаний тела, подвешенного на свободном конце проволоки.

В этом случае уравнение движения будет иметь вид:

$$I\ddot{\varphi} = M,$$

где I - момент инерции маятника. Следовательно:

¹⁾ Подготовлено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н., Васильевой И.А. и Коротаевой Е.А.

$$I\ddot{\varphi} = -G \frac{\pi r^4}{2l} \varphi . \quad (6)$$

Это уравнение описывает гармонические крутильные колебания с периодом:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{G \frac{\pi r^4}{2l}}}, \quad \text{откуда}$$

$$G = \frac{8\pi l}{r^4} \cdot \frac{I}{T^2}. \quad (7)$$

Динамический метод не требует точной аппаратуры для измерения углов и момента сил и находит широкое применение для экспериментального определения модуля сдвига. Именно этот метод и используется в данной работе.

Экспериментальные задачи, поставленные в работе:

- экспериментальное определение модуля Юнга материала проволоки методом растяжения;
- экспериментальное определение модуля сдвига материала проволоки методом крутильных колебаний;
- определение абсолютной и относительной ошибок косвенных измерений.

Описание экспериментальных установок

На рис. 17.1 дана схема экспериментальной установки определения модуля Юнга. К верхнему кронштейну N крепится калиброванная проволока K , модуль упругости материала которой следует определить. На том же кронштейне с помощью нитей M подвешена платформа D с грузами P , переключая которые на платформу C , нагружают испытуемую проволоку. Таким образом, верхний кронштейн N находится в течение эксперимента под постоянным напряжением и его деформация не вносит ошибок при измерении удлинения испытуемой проволоки. Измерение удлинения образца осуществляется с помощью индикатора B , закрепленного неподвижно на кронштейне A .

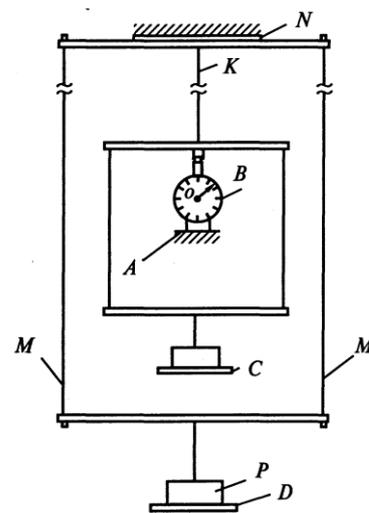


Рис. 17.1.

Для определения модуля сдвига используется крутильный маятник (рис. 17.2), который представляет собой стержень 2. При помощи небольшого цилиндра 1 маятник подвешен на проволоке 3, модуль сдвига материала которой определяется в эксперименте. На стержень 2 симметрично надеваются цилиндрические подвижные грузы 4 одинаковой массы m и

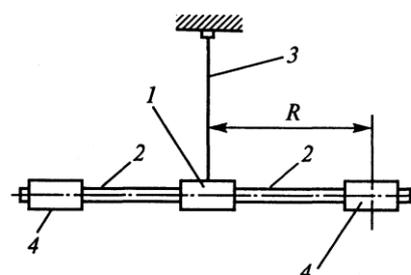


Рис. 17.2.

формы. Различным расположением этих грузов достигается изменение момента инерции маятника относительно оси вращения.

Экспериментальное определение модуля сдвига, как видно из уравнения (4), связано с измерениями длины и радиуса испытуемой проволоки, периода колебаний и момента инерции маятника относительно оси вращения.

Первые три величины могут быть измерены непосредственно. Момент инерции определяется следующим образом. Проводятся измерения периода колебаний маятника для двух различных положений грузов на стержне R_1 и R_2 (на первой трети и на концах стержня). Из условия постоянства отношения I/T^2 для данного маятника следует:

$$\frac{I}{T^2} = \frac{I_1 - I_2}{T_1^2 - T_2^2} = \frac{2m(R_1^2 - R_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}, \quad (5)$$

где $I_1 = I_0 + 2I_{гр1}$ – момент инерции прибора относительно оси вращения при положении грузов на расстоянии R_1 ; $I_2 = I_0 + 2I_{гр2}$ – момент инерции прибора относительно оси вращения при положении грузов на расстоянии R_2 ; $I_{гр}$ – момент инерции груза, рассчитываемый по теореме Штейнера:

$$I_{гр1} = I_{гр0} + mR_1^2 \quad \text{или} \quad I_{гр2} = I_{гр0} + mR_2^2.$$

Таким образом, уравнение (4) принимает вид:

$$G = \frac{16\pi m(R_1^2 - R_2^2)l}{(T_1^2 - T_2^2)r^4}. \quad (6)$$

В формуле (6) все величины, стоящие в правой части, могут быть измерены экспериментально.

Подготовка протокола к работе

(Выполняется во внеаудиторное время при подготовке к занятию)

Запишите в лабораторной тетради номер и название работы.

Запишите в тетради заголовок: «**Задание 1. Экспериментальное определение модуля Юнга материала проволоки методом растяжения**».

Запишите формулы, используемые при выполнении **Задания 1** с расшифровкой буквенных обозначений, и табл. 1 для записи результатов измерений и относительной и абсолютной ошибок косвенных измерений модуля Юнга (см. примеры в **В4** [4] и **Приложение** в настоящей работе).

Табл. 1

№ измер.	$l =$ _____ м	$d =$ _____ м	$S =$ _____ м ²	
	$F, \text{ Н}$	5	10	15
	$\sigma, \text{ Н} \cdot \text{ м}^{-2}$			
1	$\Delta l \cdot 10^{-5}, \text{ м}$			
	$\varepsilon_{\text{од}}$			
	$E, \text{ Н} \cdot \text{ м}^{-2}$			

плотную ошибки косвенных измерений (см. **В4** в [4] и *Приложение* в настоящей работе) модуля Юнга. Данные измерений и вычислений $l, d, S, F, \Delta l, \sigma = F/S, \varepsilon_{\text{од}} = \Delta l/l, E = \sigma/\varepsilon_{\text{од}}$ и ε_E внесите в табл. 1.

Задание 2

Измерьте длину l и радиус сечения r проволоки, определите абсолютную и относительную ошибки этих прямых измерений и занесите их в тетрадь.

Произведите измерения периода колебаний крутильного маятника при двух различных положениях подвижных грузов и рассчитайте модуль сдвига материала испытываемой проволоки. Рекомендуется для расчета периода T измерять время t , соответствующее 50 колебаниям.

Данные измерений $m, R_1, R_2, t_1, t_2, l, r$ и вычислений T_1, T_2, G и относительной и абсолютной ошибок косвенных измерений модуля сдвига (см. примеры в **В4** [4] и *Приложение* в настоящей работе) внесите в табл. 2.

Пользуясь справочной таблицей физических величин, определите материал проволоки.

Приложение

Модуль Юнга вычисляется, используя соотношение (2) и результаты прямых измерений. Тогда из (2) и примеров в **В4** [4] следует, что относительная ошибка косвенных измерений модуля Юнга равна:

$$\varepsilon_E^2 = \varepsilon_m^2 + \varepsilon_g^2 + \varepsilon_l^2 + \varepsilon_\pi^2 + 4\varepsilon_d^2 + \varepsilon_{\Delta l}^2. \quad (7)$$

Модуль сдвига вычисляется, используя соотношение (6) и результаты прямых измерений. Тогда из (6) и примеров в **В4** [4] следует, что относительная ошибка косвенных измерений модуля сдвига равна:

$$\varepsilon_G^2 = \varepsilon_\pi^2 + \varepsilon_m^2 + \frac{4(\varepsilon_{R_1}^2 + \varepsilon_{R_2}^2)}{(R_1^2 - R_2^2)^2} + \varepsilon_l^2 + \frac{4(T_1^4 \varepsilon_{T_1}^2 + T_2^4 \varepsilon_{T_2}^2)}{(T_1^2 - T_2^2)^2} + 16\varepsilon_r^2. \quad (8)$$

Рекомендуемая литература:

1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл.6.
2. Стрелков С.П. Механика. (4-е изд., 2005), §§81, 84.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), §§73-80.
4. Введение в физический практикум.

Примерные контрольные вопросы

1. Какие деформации называются упругими? Объясните зависимость напряжения σ от относительной деформации $\varepsilon_{\text{од}}$
2. Объясните устройство измерительной части установки.

3. Как изменяется объем образцов при продольном растяжении или сжатии? Что выражает коэффициент Пуассона?

4. Как распределены деформации растяжения или сжатия в однородном цилиндрическом теле, если тело неподвижно? движется с ускорением?

5. Как распределены деформации сжатия, создаваемые силой тяжести, в однородном цилиндрическом теле (сила тяжести параллельна оси цилиндра) если: *a)* оно подвешено за верхний конец к неподвижной опоре; *б)* оно стоит на неподвижной опоре?

6. Как распределены упругие деформации сдвига по длине проволоки в статическом и динамическом случаях?

7. Как должны быть расположены грузы на стержне при двух измерениях, чтобы погрешность эксперимента была минимальной?

8. Чем ограничена амплитуда гармонических колебаний крутильного маятника?

9. Выведите формулы (3) и (5).