

Лабораторная работа № 1.6¹⁾

Изучение вращательного движения твердого тела

Введение

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси описывается уравнением:

$$I_z \cdot \varepsilon_{\text{уг}} = M_z, \quad (1)$$

где I_z - момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси Z , M_z - проекция момента внешних сил на ту же ось, $\varepsilon_{\text{уг}}$ - угловое ускорение.

В дальнейшем индекс «z» можно опустить, так как и момент инерции и момент сил рассматриваются относительно оси вращения прибора.

Экспериментальную проверку уравнения (1) можно провести, исследуя зависимость $\varepsilon_{\text{уг}}(M)$ при постоянном I или зависимость $\varepsilon_{\text{уг}}(I)$ при постоянном M .

Если цилиндр радиуса R вращается под действием силы натяжения намотанной на него нити с грузом, опускающимся в поле тяжести, то значение M можно вычислить, измерив высоты h , пройденные грузом m , и время движения t как:

$$M = m(g - a)R; \quad \text{где} \quad a = 2h/t^2 = \varepsilon_{\text{уг}}R, \quad \text{откуда}$$
$$M = m(g - (2h/t^2)) \cdot R \quad \text{и} \quad \varepsilon_{\text{уг}} = 2h/Rt^2 \quad (2)$$

Опытная проверка основного уравнения динамики вращательного движения твердого тела может быть выполнена на приборе Обербека.

Соотношения (2) получены без учета сил трения в оси прибора. При учете этой силы (см. *работу 1.5*) можно получить:

$$M = (m - \Delta m_{\text{тр}}) \left(g - \frac{2h}{t^2} \cdot \frac{m}{m - \Delta m_{\text{тр}}} \right), \quad (2a)$$

где $\Delta m_{\text{тр}}$ - масса груза, при котором начинается движение системы.

Экспериментальные задачи, поставленные в работе:

- экспериментальное изучение вращательного движения твердого тела с помощью прибора Обербека;
- вычисление абсолютной и относительной ошибок косвенных измерений.

Описание экспериментальной установки

Прибор Обербека (рис. 6.1) представляет собой крестовину, укрепленную на двойном шкиве. Ось шкива установлена горизонтально и закреплена в подшипниках. Крестовина вращается под действием силы натяжения нити, намотанной на шкив. Изменение момента силы натяжения производится либо с помощью грузов различной массы m , прикрепляемых к свободному концу нити, либо изменением радиуса шкива, на который наматывается нить. Изменение

¹⁾ Подготовлено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. Васильевой И.А. и Коротаевой Е.А.

момента инерции прибора достигается передвижением четырех малых тел одинаковой массы m_0 по направляющим крестовины на расстояние l от оси прибора.

Экспериментальную проверку уравнения (1) можно провести двумя способами:

1. При неизменном моменте инерции должно сохраняться соотношение:

$$I = \frac{M_1}{\varepsilon_{уг,1}} = \frac{M_2}{\varepsilon_{уг,2}} = \dots \quad (3)$$

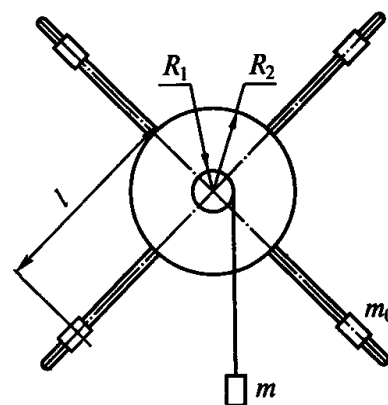


Рис. 6.1.

2. При постоянной массе груза, подвешенного к нити и неизменном радиусе шкива, должно выполняться соотношение:

$$I_2 - I_1 = 4m_0 \cdot (l_2^2 - l_1^2) \quad (4)$$

где m_0 – масса каждого из цилиндров на крестовине l_1 и l_2 – расстояния от центров цилиндров до оси вращения в первом и втором случаях, соответственно. Расстояние h , которое проходит груз m во всех опытах одно и то же.

Используя свойство аддитивности момента инерции тела, можно получить выражение момента инерции прибора в виде:

$$I = I_0 + 4I_{цил}, \quad (5)$$

где I_0 – момент инерции прибора без грузиков - цилиндров, $I_{цил}$ – момент инерции грузика - цилиндра, рассчитываемый по теореме Штейнера: $I_{цил} = I_{0,цил} + m_0 l^2$, где $I_{0,цил}$ – момент инерции грузика - цилиндра относительно оси, проходящей через его центр масс и параллельной оси вращения прибора Z .

Подготовка протокола к работе

(Выполняется во внеаудиторное время при подготовке к занятию)

Запишите в лабораторной тетради номер и название работы.

Запишите в тетради заголовок: «**Задание 1. Исследование зависимости углового ускорения тела от момента силы при постоянном моменте инерции тела**».

Запишите расчетные формулы с расшифровкой буквенных обозначений для определения углового ускорения $\varepsilon_{уг}$, момента силы M , момента инерции I и абсолютной и относительной ошибок косвенных измерений $I - \varepsilon_I$ (см. (3), примеры в В4 [3] и Приложение в настоящей работе).

Ознакомьтесь с пунктом «*Построение графика*» в *работе № 1.2*, подготовьте лист миллиметровки для построения графика и оформите в тетради табл. 1.

Табл. 1

№ измерения	$R_1 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}, \quad h = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м.}$					$R_2 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}, \quad h = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м.}$				
	$m_{\Sigma}, \text{ кг}$	$t_i, \text{ с}$	$t_{cp}, \text{ с}$	$M, \text{ Н м}$	$\varepsilon_{I_1}, \text{ с}^{-2}$	$m_{\Sigma}, \text{ кг}$	$t_i, \text{ с}$	$t_{cp}, \text{ с}$	$M, \text{ Н м}$	$\varepsilon_{I_2}, \text{ с}^{-2}$
1										
2										
3										
$I_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ кг м}^2, \quad \varepsilon_{I_1} = \underline{\hspace{2cm}} \%$					$I_2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ кг м}^2, \quad \varepsilon_{I_2} = \underline{\hspace{2cm}} \%$					

Оставьте свободным лист в тетради для вспомогательных записей и вычислений.

Запишите в тетради заголовок: «*Задание 2. Исследование зависимости момента инерции тела I от распределения его массы относительно оси вращения*».

Запишите расчетные формулы с расшифровкой буквенных обозначений для определения углового ускорения $\varepsilon_{уг}$, момента силы M , момента инерции I и определения абсолютной и относительной ошибок косвенных измерений $I - \varepsilon_I$ (см. примеры в **В4** [3] и *Приложение* в настоящей работе).

Подготовьте табл. 2.

Табл. 2.

Постоянные величины:				
$R = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}, \quad h = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}, \quad m_{\Sigma} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ кг}, \quad m_0 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ кг.}$				
$l_1 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}$	$t_{1cp} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ с}$	$I_1 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ кг м}^2$	$\varepsilon_{I_1} = \underline{\hspace{1cm}} \%$	$\Delta I_{эксп} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ кг м}^2$
$l_2 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ м}$	$t_{2cp} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ с}$	$I_2 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ кг м}^2$	$\varepsilon_{I_2} = \underline{\hspace{1cm}} \%$	$\Delta I_{теор} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ кг м}^2$

Измерения и обработка результатов

Задание 1

В этом задании грузики-цилиндры с крестовины необходимо снять. Измерьте штангенциркулем радиусы шкивов R_1 и R_2 (не менее трех раз в разных местах

каждого шкива), линейкой выбранную высоту h от пола (около 1 м), на весах массы грузиков-цилиндров (m_0), двух грузов (m_1 и m_2) и контейнера для грузов ($m_{\text{кон}}$). Запишите в тетради результаты этих прямых измерений и их абсолютные и относительные ошибки.

Под руководством инженера измерьте величину перегрузка $\Delta m_{\text{тр}}$, определяющего величину $M_{\text{тр}}$ момента силы трения и запишите это значение в тетрадь.

Проведите оценку момента сил трения, используя формулы (2) и (2а). Сделайте вывод о том, нужно ли учитывать момент силы трения в данной лабораторной работе.

Прикрепите к концу нити контейнер для грузов. Проведите измерения времени движения грузов t для трех значений массы грузов ($m=m_{\Sigma}=m_1+m_{\text{кон}}$; $m_2+m_{\text{кон}}$; $m_1+m_2+m_{\text{кон}}$), подвешиваемых к нити, намотанной сначала на шкив радиуса R_1 , а затем радиуса R_2 . Измерения времени t проводятся с помощью секундомера от момента начала движения груза до момента удара его о пол не менее трех раз для каждого значения массы контейнера с грузом и радиуса шкива - t_i , затем вычисляются их средние значения $t_{\text{ср}}$. Каждый результат измерений и вычислений запишите в табл. 1.

Рассчитайте значения $\varepsilon_{\text{гр}}$ и M , постройте график зависимости $\varepsilon_{\text{гр}}(M)$ и определите из графика значение I , учитывая соотношение (3). Оцените приборную, случайную и относительную ошибки косвенных измерений I_1 и I_2 по формулам (2) и (3), например, для третьего измерения (см. примеры в **В4** [3] и **Приложение** в настоящей работе) и внесите в табл. 1.

Задание 2

Установите тела массой m_0 на расстояние l_1 , близкое к длине крестовины и измерьте его линейкой, убедившись, прибор сбалансирован (грузы расположены симметрично). Затем выберите значения m_{Σ} , R и h , запишите их в тетради и при этих условиях проведите не менее трех измерений времен движения грузов t . Запишите эти значения времен в тетради и вычислите среднее время движения $t_{1\text{ср}}$, которое будете использовать в расчетах. Повторите измерения для l_2 , равного примерно одной трети l_1 .

Используя формулы (2) и (3) и экспериментальные данные, рассчитайте значения моментов инерции прибора I_1 и I_2 , соответствующих положениям тел массой m_0 на расстояниях l_1 и l_2 . Сравните разность этих значений $\Delta I_{\text{эксн}}=I_1-I_2$ с теоретическим значением (5) $\Delta I_{\text{теор}}=4m_0(l_1-l_2)$. Вычислите относительные ошибки косвенных измерений I_1 и I_2 (ε_{I_1} и ε_{I_2} , соответственно) и запишите их в табл. 2.

Значения h , R , $t_{1\text{ср}}$, $t_{2\text{ср}}$, l_1 , l_2 , m_0 , m_{Σ} , I_1 , I_2 , $\Delta I_{\text{эксн}}$ и $\Delta I_{\text{теор}}$ внесите в табл. 2.

Приложение

В работе момент инерции крестовины I вычисляется по формуле (3), используя (2) и результаты измерений. Так как ускорение $a \ll g$, то для

вычисления ошибки измерения I из (2) и (3) можно получить упрощенное соотношение:

$$I = \frac{mgR^2t^2}{2h}. \quad (6)$$

Тогда, используя (6) и примеры в В4 [3] и приняв $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, получим, что относительная и абсолютная ошибки в определении I равны, соответственно:

$$\varepsilon_I^2 = \varepsilon_m^2 + 4\varepsilon_R^2 + \varepsilon_g^2 + 4\varepsilon_t^2 + \varepsilon_h^2 \quad \text{и} \quad \Delta I_K = \varepsilon_I \cdot I, \quad (7)$$

где ε_i – относительные ошибки соответствующих прямых измерений.

Рекомендуемая литература:

1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. 5.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл. V, § 30 – 36, гл. VII §44 - 48.
3. Введение в лабораторный практикум.

Примерные контрольные вопросы

1. Выведите выражения (1) – (5).
2. Почему при выполнении эксперимента грузы на крестовине должны располагаться симметрично относительно оси вращения?
3. Случайной или систематической ошибкой определяется точность измерения I в эксперименте?
4. С какой точностью необходимо брать значения g из таблиц при расчете I ?
5. Получите формулу момента инерции крестовины с грузами.
6. Найдите скорость груза и угловую скорость вращения крестовины через время t после начала движения. Получите ответ, исходя из уравнения динамики и исходя из закона сохранения энергии.
7. Куда направлены векторы угловой скорости и углового ускорения при вращении прибора Обербека под действием спускающего груза?
8. Как рассчитать ускорение грузов машины Атвуда, если ее блок считать диском массы m_d и радиусом r ?
9. Как рассчитать силу натяжения нити, к которой подвешен груз m в приборе Обербека, при ускоренном движении груза?
10. Докажите, что линейное ускорение a груза m и угловое ускорение ε крестовины прибора Обербека связаны соотношением $a = \varepsilon r$.
11. Как экспериментально определить момент инерции цилиндров m_0 в приборе Обербека?
12. При каких допущениях вами получены соотношения для $\Delta I_{\text{эксп}}$ и $\Delta I_{\text{теор}}$?
13. Вычислите моменты инерции простейших тел: кольца, диска, шара и палочки.