

Лабораторная работа № 1.1¹⁾

Простейшие измерения и обработка их результатов

Введение

Измерительные приборы и наши органы чувств несовершенны, поэтому все измерения можно делать только с известной степенью точности. Очевидно, что, измеряя с помощью прибора некоторую величину, мы не можем сделать ошибки меньшими тех, которые определяются погрешностями измерительного устройства! Поэтому в задачу измерений входит не только нахождение самой величины, но также и оценка допущенной при измерении погрешности для подтверждения достоверности полученного результата!

Выбор измерительного прибора определяется его возможностями и допустимой погрешностью измерений, определяемой ценой наименьшего деления прибора и называемой абсолютной ошибкой измерения. Например, штангенциркуль позволяет измерять линейные размеры до 150 мм с точностью до 0,1 мм; микрометр - до 25 мм с точностью до 0,01 мм; электронные весы допускают измерение масс до 200 г с точностью до 0,001 г.

В физическом эксперименте в большинстве случаев непосредственно измеряют не искомую величину A , а некоторые другие величины x , y , z , связанные с ней известным соотношением $A = f(x, y, z)$. Измерение величины A таким методом называется косвенным измерением.

При косвенных измерениях ошибка получаемого значения искомой величины зависит не только от ошибок, допущенных при непосредственных измерениях величин, но и от вида математической функции (формулы) $A = f(x, y, z)$, связывающую искомую величину с непосредственно измеренными величинами. Вычисление ошибок прямых и косвенных измерений подробно рассмотрено во Введении к лабораторному практикуму. При прямых измерениях величины x , y , z (отсчете их значений по измерительным приборам) и оценки их погрешностей (Δx , Δy , Δz) следует руководствоваться следующими правилами, учитывающими особенности зрительного восприятия человека:

1. Если указатель измерительного прибора (стрелка, риска, т.п.) находится между двумя последовательными делениями шкалы, то абсолютная погрешность равна половине цены деления шкалы, так как при отсчете результата по ближайшему делению (производя тем самым округление), мы делаем ошибку не более чем на половину цены деления.

2. Если указатель двигается скачкообразно (механический секундомер), то абсолютная погрешность равна цене деления шкалы.

3. Если границы измеряемого объекта не может быть четко определены (например, "размытое" изображение предмета на экране), то абсолютная погрешность при измерении параметров объекта определяется характером нечеткости его границ и может превышать цену деления измерительного устройства.

¹⁾ Подготовлено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А., Коротаевой Е.А., Сёмашем В.Д.

В настоящей работе студенты должны приобрести навыки в работе с измерительными инструментами, в аналитической обработке данных эксперимента и в оценке погрешностей прямых и косвенных измерений.

Измерения линейных размеров физических тел являются важнейшими в механике. Поэтому знакомство с техникой измерений в физике мы начинаем с таких приборов, как штангенциркуль и микрометр, в которых применяется шкала нониуса.

Нониусом называется дополнительная шкала, позволяющая повысить точность измерения в 10–20 раз. Линейным нониусом называется маленькая линейка с делениями, которая может скользить вдоль измерительной линейки, называемой масштабом (см. рис.1.1.1, верхняя часть – положение измерительной линейки и нониуса перед проведением измерений).

Видно, что нулевые деления измерительной линейки и нониуса совпадают, и деления на нониусе нанесены так, что одно деление нониуса

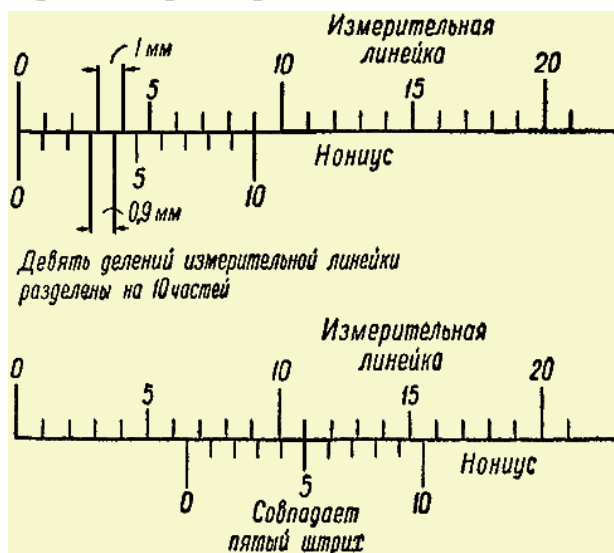


Рис. 1.1.1.

составляет $(m - 1) / m = 1 - 1/m$ делений масштаба, где m – число **делений** нониуса (на рис.1 $m = 10$). Именно поэтому можно, пользуясь нониусом, производить отсчеты с точностью до $1/m$ части наименьшего деления масштаба. Пусть расстояние между соседними штрихами масштаба равно y , между соседними штрихами нониуса x . Тогда $x = y - y/m$ и $m x = (m - 1) y$. Величина $\Delta x = y - x = y/m$ называется точностью нониуса, она определяет максимальную погрешность нониуса. Поэтому для показанного на рис.1 случая легко получить, что $y = 1$ мм, $x = 0,9$, $m = 10$ и $\Delta x = 0,1$ мм. Часто точность шкалы нониуса указывается либо на ней самой, либо на корпусе измерительного прибора.

Примечание: Иногда число делений на шкале нониуса не совпадает с их числовым обозначением. В этом случае за число m для вычисления точности нониуса принимается общее число делений его шкалы N , без единицы, то есть $m = N - 1$.

При измерениях нулевое деление нониуса сдвигается относительно нулевого деления масштаба (см. пример измерения с помощью шкалы нониуса на нижней части рис. 1.1.1, в котором ноль нониуса располагается между 6 и 7 делениями масштаба). Но одно из делений нониуса всегда совпадает с каким-либо делением масштаба (на рис. 1.1.1 – 5 деление). Поэтому измеренная длина равна 6,5 мм. Во втором примере на рис.1.1.2 измеренная длина равна 44,5 мм. Повышенная точность измерений по нониусу основана на том, что глаз человека способен фиксировать расположение делений нониуса и масштаба друг относительно друга точнее, чем проводить отсчет долей делений измерительной линейки.

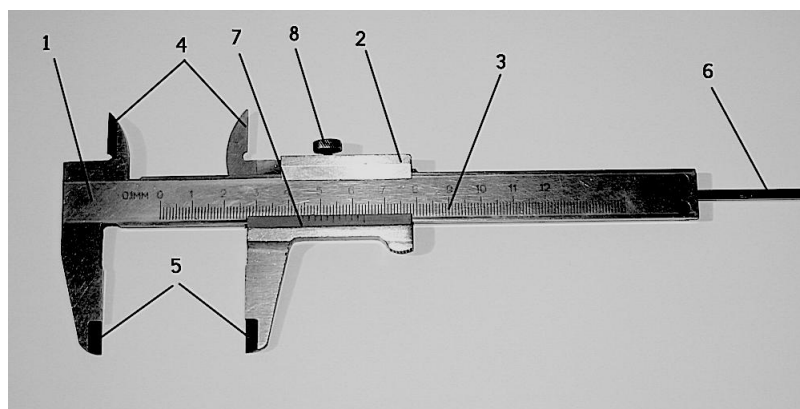


Рис. 1.1.2.

На рис. 1.1.2 представлен один из типов штангенциркулей, в котором для измерения линейных размеров тел с точностью до 0,1 мм используется линейный нониус (7), нанесенный на его движок (2). Измерительная линейка (3) нанесена на корпусе (1). Этот измерительный инструмент может измерять: внешний размер тел с помощью нижних губок (5), диаметр отверстий и ширину прорезей с помощью верхних губок (4) и глубину отверстий и прорезей посредством глубомера (6). Стопорный винт (8) предназначен для фиксации подвижных частей (губок и глубомера) штангенциркуля при разметке или калибровке деталей. Точность некоторых типов серийных штангенциркулей достигает 0,02 мм. Однако у таких штангенциркулей обычно отсутствуют глубомер и верхние губки, а диаметры отверстий и размеры прорезей, начиная с 10 мм, измеряются посредством видоизмененных внешних поверхностей нижних губок (5). Число «10» обычно нанесено на поверхности таких губок и эта величина при измерении прибавляется к измеренным делениям масштаба. Такой штангенциркуль используется в настоящей работе.

На рис. 1.1.3 представлен один из типов микрометров. В этом измерительном инструменте деления измерительной линейки с шагом 1,0 мм (7) нанесены с двух сторон линии (со сдвигом друг относительно друга на 0,5мм) вдоль поверхности цилиндра, называемого стеблем (3). Его шкала нониуса (6) нанесена вдоль левого края барабана (4), так что она перпендикулярна шкале измерительной линейки (7). Все элементы микрометра крепятся на скобе (8), за которую держат инструмент при проведении измерений.

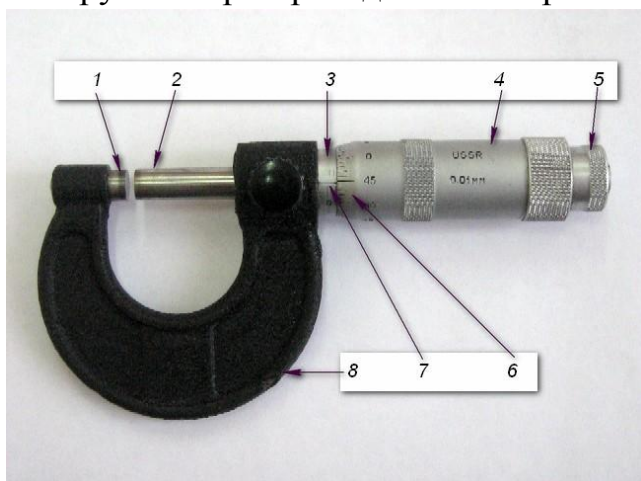


Рис. 1.1.3.

Измерения микрометром проводятся следующим образом. Первоначально совмещаются измерительные поверхности неподвижной пятки (1) и подвижного микрометрического винта (2), вращая (заворачивая) головку с трещоткой (5) по часовой стрелке. Когда поверхности совместятся, головка начинает прокручиваться и шелкает трещотка. После этого необходимо проверить совпадение нулевой риски шкалы нониуса и нулевой риски шкалы линейки, так

как со временем и/или неправильной эксплуатации микрометра может возникнуть это несоответствие. В случае его наличия обратитесь за помощью к инженеру или преподавателю, чтобы в дальнейшем правильно проводить измерения.

После проверки нужно, вращая (отворачивая) барабан (4) против часовой стрелки, развести измерительные поверхности пятки (1) и микрометрического винта (2) на расстояние немного большее линейного размера измеряемого тела, чтобы последнее свободно поместилось между указанными измерительными поверхностями. Затем, заворачивая головку с трещоткой (5), подводятся измерительные поверхности в соприкосновение с телом (когда начнет шелкать трещотка) и вычисляется результат измерения по значениям на шкалах линейки стебля (7) и нониуса барабана (6).

Во время подготовки к проведению измерений при отворачивании барабана обратите внимание на то, что один полный оборот барабана приводит к сдвигу микрометрического винта (2) на 0,5 мм – половине нижнего деления шкалы измерительной линейки (7), и появлению первого штриха верхних делений этой шкалы. Поэтому одно деление (точность) шкалы нониуса соответствует: $0,5 \text{ мм} / 50 \text{ дел} = 0,01 \text{ мм}$, что указано на барабане (4).

На рис. 1.1.4 приведен в качестве примера результат некоторого измерения. Видно, что полученный размер тела по показаниям шкал линейки и нониуса равен, соответственно: $5,5 \text{ мм} + 0,46 \text{ мм} = 5,96 \text{ мм}$ (а на рис. 1.1.3 — 1,94 мм).

Примечание: Во избежание повреждений изучаемого тела и его поверхности, а также измерительных поверхностей и механизма микрометра закручивание микрометрического винта (2) разрешается проводить только посредством головки с трещоткой (5). Точность современных механических микрометров с рычажным нониусом достигает 2 мкм!

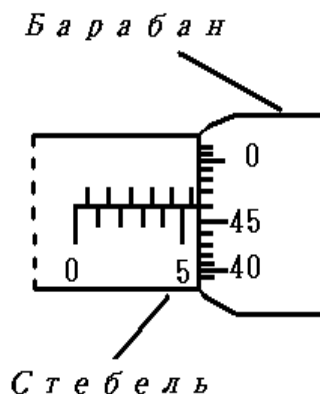


Рис. 1.1.4.



Рис. 1.1.5.



Рис. 1.1.6.

Для изучения электрических сигналов (напряжения) используется электронный осциллограф, например **С1-1** (рис. 1.1.5). Этот прибор позволяет визуализировать на экране электронно-лучевой трубки (далее экран) временные зависимости этих сигналов и определить их характеристики: форму (постоянный или переменный, синусоидальный или пилообразный и т.д.) амплитуду A , период T (а значит и частоту $f = 1/T$) и др. На экране осциллографа имеется сетка для проведения измерений. Ручки управления прибором вынесены на его лицевую панель и надписи около них указывают на их назначение, например, около тумблера включения прибора находится надпись «СЕТЬ». С правилами и порядком работы с осциллографом студенты знакомятся на занятии под руководством преподавателя или инженера.

Для получения переменного электрического напряжения часто используются электронные генераторы (например, **ГЗ-118**), которые при диапазоне частот генерируемого ими сигнала 1 Гц ÷ 60 кГц называются звуковыми (рис. 1.1.6). Ручки управления прибором вынесены на его лицевую панель и надписи около них указывают на их назначение, например, около тумблера включения прибора находится надпись «СЕТЬ». С правилами и порядком работы с генератором студенты знакомятся на занятии под руководством преподавателя или инженера.

Лабораторная работа № 1.1 является фронтальной и проводится под руководством преподавателя.

Экспериментальные задачи, поставленные в работе:

- проведение прямых измерений линейных размеров тел и их масс,
- проведение косвенное измерение плотности материала кольца и определение вида материала по таблице плотностей,
- обработка экспериментальных результатов и вычисление точности прямых и косвенных измерений,
- проведение простейших измерений с использованием электронного осциллографа и звукового генератора.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение плотности материала кольца

Перед началом выполнения работы ознакомьтесь с разделами **В1 - В3** в [1].

Плотность полученного в начале выполнения работы кольца рассчитывается на основе результатов измерений его массы m и линейных размеров по формуле:

$$\rho = 4m/(\pi h[D^2 - d^2]), \quad (1)$$

где D и d - большой и малый диаметры кольца, соответственно, h - толщина кольца.

Для выданного вам кольца проведите необходимые измерения: толщину кольца (h) измерьте микрометром, внешний и внутренний диаметры кольца (D и d) – штангенциркулем, записывая их в тетради в соответствующие таблицы.

Масса (m) кольца измеряется с помощью электронных весов (с порядком проведения измерения на электронных весах студент знакомится на занятии, измерение проводится один раз и его результат и приборная ошибка измерения записываются в табл. 4).

Ниже приведена, в качестве примера, таблица для результатов измерения h – табл. 1. В ней помещаются: результаты измерения толщины h_i , её среднее значение \bar{h} , случайная ошибка измерения Δh_i , средняя случайная ошибка $\overline{\Delta h}$, систематическая (инструментальная или приборная) ошибка измерения Δh_{np} ; отношение последних δ , абсолютная Δh и относительная ε_h ошибки прямых измерений толщины h . При этом если $\delta < 0,3$, то $\Delta h = \overline{\Delta h}$; если $\delta > 3$, то $\Delta h = \Delta h_{np}$; в промежуточном случае $\Delta h = \sqrt{(\Delta h_{np})^2 + (\overline{\Delta h})^2}$ (см. (21) в В4 [1]).

Табл. 1.

N	$h_i, \times 10^{-3} \text{ м}$	$\Delta h_i, \times 10^{-5} \text{ м}$	$\bar{h} = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{-3} \text{ м}$
1			$\overline{\Delta h} = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{-5} \text{ м}$
2			$\Delta h_{np} = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{-5} \text{ м}$
3			$\Delta h_{np} / \overline{\Delta h} = \delta = \underline{\hspace{2cm}}$
$\Delta h = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{-5} \text{ м}$			$\varepsilon_h = \underline{\hspace{2cm}} \%$

В аналогичные табл. 2 и 3 для d и D (полученные путем замены буквы h на d и D , соответственно) внесите результаты соответствующих измерений и вычислений. Измерение массы кольца можно провести один раз, а их результат и соответствующие ошибки измерения запишите в тетради.

Вычислите плотность кольца и определите по справочнику, из какого материала изготовлено кольцо. Рассчитанную относительную ошибку ε_ρ косвенных измерений (см. В4 в [1] и Приложение к заданию 1) плотности кольца и занесите в табл. 4 основные результаты измерений и вычислений.

Табл. 4.

Внешн. $\bar{D} \pm \Delta D$ (м)	Внутр. $\bar{d} \pm \Delta d$ (м)	Толщина $\bar{h} \pm \Delta h$ (м)	Масса $m \pm \Delta m$ (кг)	Плотность $\rho \pm \Delta \rho$ (кг/м ³)	$\varepsilon_\rho = \frac{\Delta \rho}{\rho}$ (%)	Материал образца

Приложение к заданию 1

1. Если случайная ошибка какого-либо прямого измерения меньше систематической (приборной) ошибки этого же измерения, то в абсолютной ошибке этого измерения учитывается лишь систематическая ошибка (см. [1]).

2. Для правильного определения относительной ошибки косвенных измерений плотности ρ сначала необходимо ознакомиться с разделом **В4** в [1], а затем строго выполнять порядок действий, вычислений и записи результатов, которые приведены в ниже следующем примере.

Пусть в результате измерений получены следующие результаты:

$$m = 4,789 \pm 0,001 \text{ г}; h = 1,55 \pm 0,01 \text{ мм}; d = 18,85 \pm 0,05 \text{ мм}; D = 43,45 \pm 0,05 \text{ мм},$$

где после символа « \pm » стоят точности измерения весов, микрометра и штангенциркуля, соответственно (систематическая ошибка больше случайной).

Далее необходимо вычислить относительные ошибки прямых измерений:

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta m}{m} = 2,09 \cdot 10^{-4}; \quad \varepsilon_h = \frac{\Delta h}{h} = 6,45 \cdot 10^{-3}; \quad \varepsilon_d = \frac{\Delta d}{d} = 2,65 \cdot 10^{-3}; \quad \varepsilon_D = \frac{\Delta D}{D} = 1,15 \cdot 10^{-3}.$$

Затем вычисляется «вклад» каждого прямого измерения в общую относительную ошибку косвенного измерения плотности ρ , используя формулу (1), а именно:

$$\varepsilon_{\rho m} = \frac{1}{\rho} \cdot \left| \frac{\partial \rho}{\partial m} \right| \cdot \Delta m = \frac{\Delta m}{m} = \varepsilon_m = 2,09 \cdot 10^{-4}; \quad \varepsilon_h = \frac{1}{\rho} \cdot \left| \frac{\partial \rho}{\partial h} \right| \cdot \Delta h = \frac{\Delta h}{h} = \varepsilon_h = 6,45 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{\rho d} = \frac{1}{\rho} \cdot \left| \frac{\partial \rho}{\partial d} \right| \cdot \Delta d = \frac{2d^2}{(D^2 - d^2)} \cdot \frac{\Delta d}{d} = \mathbf{a}_d \cdot \varepsilon_d = 0,46 \cdot 2,65 \cdot 10^{-3} = 1,23 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{\rho D} = \frac{1}{\rho} \cdot \left| \frac{\partial \rho}{\partial D} \right| \cdot \Delta D = \frac{2D^2}{(D^2 - d^2)} \cdot \frac{\Delta D}{D} = \mathbf{a}_D \cdot \varepsilon_D = 2,46 \cdot 1,15 \cdot 10^{-3} = 2,83 \cdot 10^{-3}.$$

Теперь можно посчитать относительную ошибку косвенных измерений ρ :

$$\varepsilon_\rho = \sqrt{\varepsilon_{\rho m}^2 + \varepsilon_{\rho h}^2 + \varepsilon_{\rho d}^2 + \varepsilon_{\rho D}^2} = 7,15 \cdot 10^{-3}.$$

Результаты вычислений показывают, что основной вклад в относительную ошибку косвенных измерений плотности кольца вносит измерение толщины кольца микрометром!

Тогда получим, что абсолютная ошибка $\Delta \rho = \rho \cdot \varepsilon_\rho$ и плотность материала кольца равна:

$$\rho = (2,57 \pm 0,02) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Задание 2. Простейшие измерения с использованием электронного осциллографа и звукового генератора

Измерение 1. Наблюдение зависимости напряжения контрольного сигнала от времени

В используемом осциллографе (**С1-1**) на клемму «контр. сигнал» подается переменное напряжение $U \approx 2 \text{ В}$ и частотой $f_{\text{г.с.}} = 50 \text{ Гц}$ – пониженное напряжение городской сети ($U_{\text{г.с.}} = 220 \text{ В}$).

Для наблюдения контрольного напряжения студенты под наблюдением преподавателя или инженера выполняют следующие действия:

- 1) Включите осциллограф.

2) Пока прибор «прогревается», поставьте ручки:

«синхронизация» в положение «от сети»;

«ослабление» - «1:10»; «диапазоны частот» - «ВЫКЛ».

3) В центре экрана появляется светящаяся точка – прибор готов к работе. Если эта точка не появляется или не совпадает с центром сетки экрана, то ручками «ось Y» и «ось X» добейтесь этого. Поставьте ручку «диапазоны частот» в положение «2» - включается генератор развертки и светящаяся точка начинает двигаться горизонтально от левого края экрана к правому за время, периодом развертки - $T_{разв}$. Поставьте эту ручку в положение «30» - на экране появляется горизонтальная светящаяся линия.

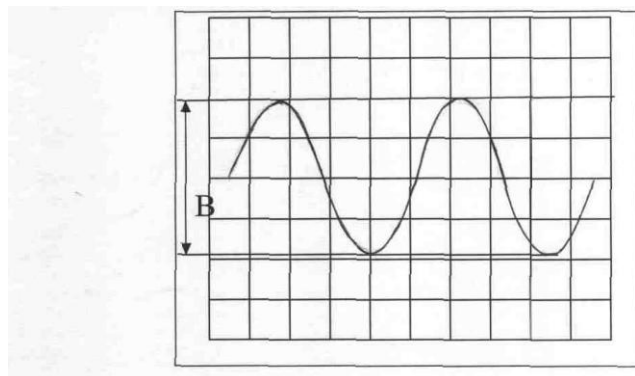


Рис. 1.1.7.

4) Соедините проводом клемму «КОНТР. СИГНАЛ» с клеммой «ВХОД», находящейся ниже первой, и на экране появится изображение сигнала - «синусоида» (рис. 1.1.7). Далее добейтесь ручками: «амплитуда синхронизации», чтобы изображение не двигалось по экрану; «частота плавно», чтобы на экране помещалось не менее 4 – 5 периодов сигнала; «усиление», находящейся ниже ручки «ослабление», чтобы амплитуда сигнала составляла $2 \div 3$ см (см. рис.1.1.7: для синусоиды $A = B/2$).

Подсчитайте, сколько периодов n переменного напряжения наблюдается на экране. Из рис. 1.1.7 видно, что время развертки $T_{разв}$ равно $nT_{г.с.}$. Зная частоту городской сети, вычислите частоту развертки - $f_{разв}$. Вычисления и их результат запишите в тетради.

Не выключая осциллограф, отсоедините провод, соединяющий клемму «КОНТР СИГНАЛ» с клеммой «ВХОД» по оси Y, и приступайте к **измерению 2**.

Измерение 2. Наблюдение формы переменного сигнала от генератора звуковой частоты

На осциллографе установите ручку «синхронизация» в положение «ВНУТР». Включите генератор сигналов низкочастотный **ГЗ-118** (далее генератор) и установите на нем ручки: «множитель» в положение «1», частота «Hz» - «50,0», а выходное напряжение «dB» - «20».

Соедините кабелем выход «II» генератора с клеммами входа Y осциллографа. Добившись ручкой осциллографа «амплитуда синхронизация» устойчивой картинки, а его ручкой «усиление» амплитуду сигнала $2 \div 3$ см, получим на экране картинку, имевшуюся в *Измерении 1*.

Установите на генераторе произвольную частоту в диапазоне $0,2 \div 2$ кГц и запишите это значение в тетради. Подбирая частоту синхронизации (ручками «диапазоны частоты» и «частота плавно») и амплитуду синхронизации ручкой под тем же названием, получите на экране осциллографа устойчивые картинки, соответствующие одному, двум и пяти периодам исследуемого сигнала. Зная частоту генератора, рассчитайте частоты развертки, необходимые для получения этих устойчивых картинок, и запишите их тетради.

Выключите приборы и отсоедините соединяющий их кабель.

Рекомендуемая литература:

1. Введение в физический практикум.

Примерные контрольные вопросы

1. Какими приборами (измерительными инструментами) следует пользоваться при измерении толщины и диаметров кольца?
2. Как создать линейную шкалу нониуса, позволяющий повысить точность измерений с данным масштабом в n раз?
3. Какое из прямых измерений в работе дает максимальную относительную погрешность?
4. С какой точностью достаточно измерять массу кольца?
5. Какие виды ошибок измерения Вы знаете?
6. Как находятся абсолютные и относительные ошибки прямых измерений?
7. Какие измерения называются прямыми, а какие косвенными?
8. Как вычисляются относительные ошибки косвенных измерений?
9. Какие требования предъявляются к записи результатов измерений?
10. Какова должна быть точность вычислений и как можно избежать случайных ошибок при вычислениях?
11. Каковы правила выбора масштабов при построении графиков?
12. Какую дополнительную информацию о физическом явлении можно получить из графиков экспериментальных данных?
13. Почему в настоящей работе массу кольца рекомендовано измерять один раз, его линейные размеры не менее трёх?
14. Почему полученная в работе плотность материала кольца не совпадает со значением плотности подобного материала в справочнике?
15. Какова последовательность вычислений косвенных ошибок измерений?
16. Почему ручка «синхронизация» в *Измерении 1* ставится в положении «от сети», а в *Задании 2* в положение «внутри».