

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.10¹⁾

ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: определение добротности физического маятника.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. 5, §5.6, гл. 6.

2. Иродов И.Е., Механика. Основные законы (6-е изд., 2003), гл. VI §6.3.

3. Савельев И.В. Курс общей физики в 5 томах, т. 1, Механика (5-е изд., 2011), гл. 8 §8.1–8.6, 8,9.

4. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл. VI §39-41.

5. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: физический маятник, измерительная шкала, осветительная лампа с оптической системой, пластина, секундомер.

ВВЕДЕНИЕ

Свободные колебания реального маятника являются затухающими, так как энергия, сообщенная системе, постепенно расходуется на преодоление сил трения. Закон убывания амплитуды зависит от характера сил трения, действующих на маятник.

В данном эксперименте силу сопротивления и, следовательно, тормозящий момент $M_{\text{тр}}$ можно считать пропорциональными скорости, т. е. $M_{\text{тр}} = -r_{\text{мп}} \frac{d\varphi}{dt}$, где $r_{\text{мп}}$ – коэффициент трения, φ – угловое перемещение маятника.

Уравнение движения для малых колебаний маятника имеет в этом случае вид:

$$I_z \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -r_{\text{мп}} \frac{d\varphi}{dt} - mgl\varphi$$

или
$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2\varphi = 0, \quad (1)$$

где $\beta = \frac{r_{\text{мп}}}{2I_z}$ — коэффициент затухания, $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I_z}}$ — собственная угловая частота колебаний маятника, m — масса маятника, I_z — момент инерции маятника относительно оси вращения, l — расстояние от центра масс маятника до оси вращения Z .

¹⁾ Подготовлено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

Решение уравнения (1) для случая $\beta^2 < \omega_0^2$ (малое сопротивление среды) имеет вид:

$$\varphi = \varphi_m \cos(\omega t + \gamma), \quad \varphi_m = \varphi_{m_0} e^{-\beta t}, \quad (2)$$

где $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ — угловая частота свободных колебаний, а φ_{m_0} , γ — соответственно начальные амплитуды и фаза колебаний.

Наряду с коэффициентом затухания β при анализе колебательных систем широко используется понятие добротности системы. Добротность характеризует относительную убыль энергии колебаний за период [1]:

$$Q = 2\pi \frac{E}{A_{\text{тр}}} = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\omega_1}{2\beta}, \quad (3)$$

где E — полный запас энергии системы, $A_{\text{тр}}$ — работа против сил трения за период колебаний, δ - логарифмический декремент затухания. При малых колебаниях с небольшим трением ($\beta \ll \omega_0$) $\omega_1 \approx \omega_0$, и выражение для добротности принимает вид:

$$Q = \frac{\omega_1}{2\beta} \approx \frac{\omega_0}{2\beta}, \quad (4)$$

В работе определяется добротность физического маятника. Как следует из (4), для вычисления добротности необходимо определить коэффициент затухания β и угловую частоту свободных колебаний маятника.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Маятник представляет (рис. 1.10.1) собой стержень с грузом на нижнем конце, подвешенный с помощью двух игольчатых опор на специальном кронштейне. Маятник может совершать колебания в вертикальной плоскости. Зеркальце, расположенное на верхнем конце маятника, отражает падающий на него от осветителя свет (“зайчик”) на шкалу. Перемещения “зайчика” по шкале следуют за колебаниями маятника: расстояние d , на которое смещается “зайчик” по измерительной шкале от нулевого положения равно:

$$d(t) = L \cdot \varphi(t), \quad (5)$$

где L — расстояние от зеркала до шкалы, $\varphi(t)$ — угловое смещение маятника.

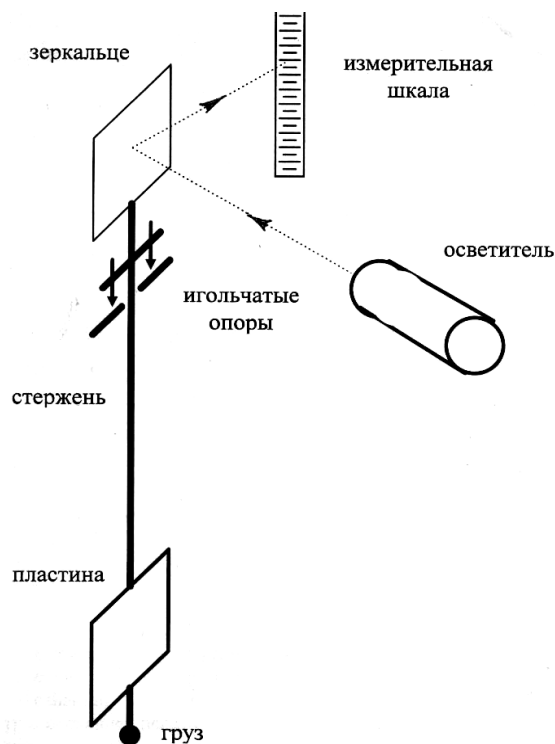


Рис.1.10.1

Для увеличения затухания к стержню маятника прикрепляется металлическая пластина. Располагая пластину под разными углами по отношению к плоскости колебаний маятника, можно изменить затухание и добротность системы в несколько раз.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение параметров маятника при малом затухании

Сначала определяется угловая частота свободных колебаний маятника с металлической пластиной, повернутой параллельно плоскости колебания маятника, - ω_{11} . Для этого измеряется время $N=20$ полных колебаний маятника. Начальное отклонение “зайчика” рекомендуется выбрать равным 17 делениям шкалы - k_{17} . Угловая частота вычисляется по формуле: $\omega_{11} = 2\pi N / t$, где N – число полных колебаний, t – время N полных колебаний. Результаты трех измерений и вычислений заносятся в таблицу 1.

Таблица 1

N	t _i , с	T _I , с	ω ₁₁ , с ⁻¹	ω̄ ₁₁ , с

Коэффициент затухания β_I определяется из графика зависимости амплитуды колебаний от времени. Измерения проводятся шесть раз при одинаковых начальных условиях. Начальное отклонение маятника составляет 17 делений шкалы. Секундомер включают, когда амплитуда колебаний становится равной 15 делениям шкалы, после чего фиксируют показания секундомера, когда амплитуда принимает значение в первом измерении 13, в последующих: 11, 9, 7 5 и 3 делений шкалы и эти данные заносятся в таблицу 2.

Таблица 2

k _i	15	13	11	9	7	5	3
t _i	0						
k ₁₅ /k _i							
ln(k ₁₅ /k _i)							
β _I =_____ с ⁻¹		ε _β =_____ %		ω _{0I} =___ с ⁻¹		Q _I =___	

Используя формулу (5) и учитывая конфигурацию установки (рис. 1.10.1), можно показать, что угол φ , расстояние d и деления измерительной шкалы k пропорциональны друг другу: $\varphi_{mi} \sim d_i \sim k_i$. Кроме того, в эксперименте непосредственно измеряются либо фиксируются величины t_i и k_i . Поэтому рекомендуется строить зависимости $\varphi_m(t)$ и $\ln\varphi_m(t)$ в координатах $\{\frac{k_{15}}{k_i}\}$ от времени t и $\ln\{\frac{k_{15}}{k_i}\}$ от времени t (см. В7 в [5]).

Проведите соответствующие вычисления (см. табл. 2) и постройте графики зависимостей $\{\frac{k_{15}}{k_i}\}(t)$ и $\ln\{\frac{k_{15}}{k_i}\}(t)$ для маятника с малым затуханием. В выбранных координатах в первом случае точки должны располагаться на экспоненте, во втором – вдоль прямой с тангенсом угла наклона, численно равным β_1 . Это является результатом функциональной зависимости амплитуды затухающих колебаний от времени (2).

Вычислите β_1 , ω_{01} и Q_1 . Выведите формулу для вычисления относительной ошибки (см. В4 в [5] и пример в работе 1.1) определения коэффициента затухания ε_β и найдите её. Внесите результаты вычислений в таблицу 2.

Задание 2. Определение характеристик маятника с тормозящей пластиной.

Установите тормозящую пластину на маятник перпендикулярно плоскости качания маятника. Проведите все необходимые измерения, вычисления и построения графиков в последовательности и по методике задания 1. Данные измерений и вычислений внесите в таблицы 3 и 4.

Таблица 3

N	$t_i, \text{с}$	$T_2, \text{с}$	$\omega_{12}, \text{с}^{-1}$	$\bar{\omega}_{12}, \text{с}$

Таблица 4

k_i	15	13	11	9	7	5	3
t_i	0						
k_{15}/k_i							
$\ln(k_{15}/k_i)$							
$B_2 = \underline{\hspace{1cm}} \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_\beta = \underline{\hspace{1cm}} \%$		$\omega_{02} = \underline{\hspace{1cm}} \text{с}^{-1}$		$Q_2 = \underline{\hspace{1cm}}$		

Сравните полученные в двух заданиях значения собственных угловых частот ω_{01} и ω_{02} и объясните полученный результат.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Что называется свободными колебаниями маятника? Как сдвинуты по фазе перемещение и скорость точки при свободных колебаниях?

2. Что такое декремент затухания, логарифмический декремент затухания? Объясните их физический смысл.
3. Дайте определение добротности маятника. Как она связана с коэффициентом затухания?
4. Зависит ли частота собственных колебаний тела от его массы?
5. С какой точностью в каждом эксперименте можно определить собственную частоту колебаний маятника?
6. Укажите положительные стороны и недостатки зеркального метода отсчета, использованного в работе.
7. Можно ли по данным эксперимента проверить линейность зависимости момента сил трения от угловой скорости движения маятника?
8. Объясните, как по результатам построения графиков находят β .
9. Вычислите момент инерции простейших тел: кольца, диска, шара и палочки.