

ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ¹⁾

В1. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Задачей физического эксперимента является определение числового значения искомых (измеряемых) физических величин с заданной точностью. Эта задача решается с помощью либо прямых, либо косвенных измерений.

При прямом измерении осуществляется количественное сравнение физической величины с соответствующим эталоном при помощи измерительных приборов. Отсчет по шкале прибора указывает непосредственно измеряемое значение. Например, вольтметр дает значения измеряемого напряжения, а линейка – значение длины.

При косвенных измерениях интересующая нас физическая величина $A = f(x_i, y_i, z_i)$ находится при помощи математических операций над непосредственно измеренными физическими величинами, то есть, проведя прямые измерения каких-либо величины (x_i, y_i, z_i), мы находим искомое значение A путем вычислений по теоретическим формулам.

Например, сопротивление резистора R можно найти следующим образом (см. Рис. В.1): измерить силу тока I в резисторе амперметром и поданное на него напряжение U (вольтметром), а затем рассчитать R по формуле, полученной из закона Ома: $R = U / I$.

Точность прямых измерений некоторой величины x оценивается величиной **погрешности** или **ошибки измерений**. Различают абсолютную Δx и относительную ε_x погрешности измерений. **Абсолютная погрешность** Δx (подробнее см. (18) в разделе В3) имеет размерность измеряемой физической величины x , а результат измерений с указанием абсолютной погрешности записывается в виде:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x,$$

где \bar{x} – число, равное обычно среднему арифметическому значению n измерений искомой величины x или «среднее по выборке» (подробнее см. (4) в разделе В3):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i .$$

Относительная погрешность ε_x , которую часто используют для сравнения точности различных методов измерения, определяется как

$$\varepsilon_x = \pm \frac{\Delta x}{\bar{x}} .$$

Она является безразмерной величиной, и обычно выражается в процентах.

Из приведенного примера следует, что для нахождения точности определения величины сопротивления R необходимо сначала найти ошибки прямых измерений тока и напряжения, и на основе этого вычислить ошибку косвенных измерений величины сопротивления. Поэтому рассмотрим сначала порядок определения ошибок прямых измерений, а затем вычисление ошибок косвенных измерений (см. в разделе В4).

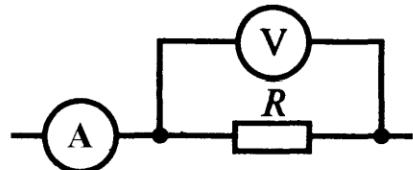


Рис.В1

¹⁾ Введение исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александром В.Н. и Васильевой И.А.

В2. ВИДЫ ОШИБОК ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Ошибки прямых измерений физических величин принято подразделять на *систематические, случайные и промахи*.

2.1. Систематические ошибки.

Отличительным признаком систематической ошибки является то, что она практически одинакова при фиксированных условиях опыта, то есть во всех измерениях, проводимых одним и тем же методом и одними и теми же приборами. Такие ошибки можно устранить, применив более точные измерительные приборы или изменив метод измерения искомой величины. Систематические ошибки могут быть обусловлены разными причинами. Рассмотрим характерные случаи.

2.1.а) Ошибки известной природы, которые можно определить экспериментально или при помощи вычислений. Такие ошибки называют *поправками*, потому что, найдя ошибку и прибавив её к отсчёту прибора, мы можем скорректировать найденное числовое значение измеренной величины. Типичные примеры: введение поправок на магнитное поле Земли при лабораторных магнитных измерениях или учёт архимедовой силы (в атмосфере Земли) при нахождении массы тела путём взвешивания. В частности, в уже упоминавшемся примере об измерении сопротивления резистора R следует вводить поправку, обусловленную влиянием сопротивления вольтметра R_B на показания амперметра. Действительно, на рис. В.1 видно, что показания амперметра равны:

$$I = \frac{U}{R_{общ}} = U \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_B} \right), \quad \text{откуда следует,} \quad \text{что} \quad \frac{1}{R} = \frac{I}{U} - \frac{1}{R_B}.$$

Величина $1/R_B$ и есть искомая поправка.

2.1.б) Ошибки известной природы, но неизвестной величины.

С ошибками этого вида приходится сталкиваться каждому экспериментатору: радиоастроному, который измеряет интенсивность радиоизлучения от внеземных источников (Солнца, квазаров, радиогалактик и т.д.), мешает радиоизлучение атмосферы; геофизику, измеряющему радиоактивность минерала при помощи счетчика Гейгера, мешают космические лучи и т.д. Возможны два способа устранения ошибок такого рода: первый – измерить их и затем внести поправки, второй – придумать метод измерений, при котором измеряемая величина не зависела бы от мешающих факторов. На практике применяют оба способа, но это не всегда приводит к желаемому результату.

2.1.в) Приборные ошибки.

Эти ошибки обусловлены конструкцией измерительных приборов и технологией их изготовления и также заранее неизвестны. Предприятия – изготовители, однако, могут гарантировать некий максимальный уровень этих ошибок, который обычно указан на шкале прибора или в его техническом описании. Например, если на металлической линейке написано “0,1мм”, то это означает, что максимальная абсолютная приборная ошибка составляет 0,1 мм, и

при помощи такой линейки бесполезно проводить измерения с точностью до сотых долей миллиметра. Погрешность электроизмерительных приборов обычно характеризуется **классом точности**. Например, если прибор имеет класс точности 0,1 (это число обычно указывается на шкале и, иногда, обводится кружком), то это означает, что показания прибора отличаются от эталона не более чем на **0,1%** предела измерений данного прибора (см. лабораторную работу 2.1).

В тех случаях, когда сведения о величине приборной ошибки отсутствуют, её принимают равной половине цены деления шкалы прибора, если отсчёт измеряемой величины непрерывный (стрелочный прибор, линейка, транспортир и т.п.). Для приборов с дискретным (прерывистым, скачкообразным) отсчётом (часы с “прыгающей” стрелкой, цифровые приборы и приборы со ступенчатой регулировкой, у которых значения регулируемой величины указаны напротив положений рукоятки соответствующих переключателей – генераторы низких частот, магазины сопротивлений или конденсаторов и т.п.) приборная ошибка считается равной минимальному шагу отсчета.

2.1.г) Ошибки неизвестного происхождения и неизвестной величины.

Это самая опасная разновидность систематических ошибок. Чаще всего такие ошибки возникают в результате непредусмотрительности экспериментатора, который не сумел выявить все мешающие факторы. Иногда (но значительно реже) за ними кроются новые, неизвестные дотоле явления. В истории физики известны случаи, когда подробный анализ причин расхождения эксперимента с теорией приводил либо к ложным (и, как правило, быстро опровергаемым результатам последующих экспериментов) выводам, либо к важнейшим открытиям фундаментального характера. Лучшим способом выявления систематических ошибок такого рода является повторение измерений с использованием другого метода.

2.2. Случайные ошибки.

Случайные ошибки отличаются от систематических, прежде всего тем, что они имеют различные значения в отдельных измерениях, проводимых при одинаковых условиях, и подчиняются случайному, вероятностному законам. Вероятность появления ошибок такого рода можно вычислить, пользуясь законами статистики. Погрешности измерений в этих случаях вызываются рядом дополнительных, побочных факторов, учесть которые заранее невозможно. Так, например, случайные изменения амплитуды напряжения на выходе радиоприёмника могут быть вызваны различными причинами: электронным шумом, обусловленным тепловым движением зарядов в электрических цепях; случайному изменением условий распространения радиоволн; электрическими помехами от гроз или электродвигателя пылесоса, работающего в соседней комнате и т.п.

Случайные ошибки обычно превышают приборные погрешности и сравнимы по своей величине с самой измеряемой величиной (их часто называют «шумом»). Но как это ни покажется парадоксальным, именно вероятностный характер случайных погрешностей позволяет, как будет показано ниже, если не исключить их полностью, то заметно ослабить их воздействие на результат измерений.

2.3. Промахи.

Промахи - это резкие отклонения результатов отдельных измерений от всех остальных. Появление промахов связано или с невнимательностью экспериментатора, или с неисправностью измерительных приборов, или, наконец, с резким изменением условий эксперимента. Как будет показано ниже, промахи при помощи специальной обработки результатов измерений могут быть выявлены, а соответствующие им результаты, отброшены.

В3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

3.1. Числовая оценка измеряемой величины.

Измеряя несколько раз одну и ту же физическую величину (длину или массу, или время и т.п.), мы всегда получаем ряд чисел $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, вообще говоря, отличающихся друг от друга.

Но в математической статистике обычно вводится понятие **истинного значения X** измеряемой величины. Это позволяет ошибку i -го измерения определить как разность между истинным значением X и результатом отдельного измерения x_i как

$$\delta_i = x_i - X \quad (1)$$

Эта ошибка включает в себя систематическую ошибку δ_c (одинаковую для всех измерений) и случайную ошибку $\tilde{\delta}_i$ (различную для разных измерений):

$$\delta_i = \delta_c + \tilde{\delta}_i. \quad (2)$$

Ни систематическая δ_c , ни случайная ошибка $\tilde{\delta}_i$ нам заранее не известны.

Простейшее допущение о систематической ошибке δ_c сводится к предположению, что имеется только приборная погрешность (это допущение обычно приемлемо для измерений в физическом практикуме), которая не превышает некоторого максимального значения δ_c^{\max} и является постоянной величиной. Поэтому далее в основном будет обсуждаться обработка случайных ошибок $\tilde{\delta}_i$.

Простейшее допущение о случайных ошибках $\tilde{\delta}_i$ сводится к предположению, что все эти ошибки $\tilde{\delta}_i$ статистически независимы, а средняя по выборке ошибка

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{\delta}_i$$

стремится к нулю при неограниченном увеличении числа измерений:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{\delta}_i \right) = 0. \quad (3)$$

В ряде случаев соотношение (3) можно толковать следующим образом: положительные ($\tilde{\delta}_i > 0$) и отрицательные ($\tilde{\delta}_i < 0$) отклонения встречаются одинаково часто, так что в бесконечной сумме (3) происходит полная компенсация

положительных и отрицательных ошибок.

В этом случае, как показывается в математической статистике, числовая оценка величины x дается средним арифметическим из n измерений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i . \quad (4)$$

Величину \bar{x} называют также **выборочным средним** (средним по выборке).

Существенно, что выборочное среднее \bar{x} - это случайная величина: в разных выборках из n измерений она может принимать различные значения. Несмотря на это, выборочное среднее ближе к X , чем единичные измерения x_i , поскольку отклонение выборочного среднего \bar{x} от истинного значения X меньше большинства погрешностей единичных измерений. В самом деле, выразив x_i из (1) и подставив его в (4), получим:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X + \delta_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X + \delta_c + \tilde{\delta}_i) = X + \delta_c + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{\delta}_i . \quad (5)$$

Согласно (3) при $n \rightarrow \infty$ происходит полная компенсация случайных ошибок, т.е. величина $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{\delta}_i$ стремится к нулю. Поэтому, выборочное среднее \bar{x} стремится к $X + \delta_c$.

Таким образом, выборочное среднее \bar{x} служит лучшей числовой оценкой измеряемой величины X , чем любое из единичных измерений x_i . Поэтому, сделав достаточно много измерений, можно практически полностью исключить случайные погрешности.

Однако на практике мы имеем дело с ограниченным числом измерений – обычно не менее трёх (к тому же даже при большом числе измерений мы не устраним систематическую погрешность δ_c). Чтобы оценить точность измерений в этих условиях, необходимо ввести ряд новых понятий.

3.2. Выборочная дисперсия. Среднеквадратичная и среднеарифметическая погрешность.

Из эксперимента мы можем найти только случайные отклонения отсчетов x_i от выборочного среднего \bar{x} . Эти отклонения мы обозначили как $\tilde{\delta}_i$:

$$\tilde{\delta}_i = x_i - \bar{x} . \quad (6)$$

Выборочной дисперсией s^2 измерения называется величина

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\tilde{\delta}_i)^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 . \quad (7)$$

Квадратный корень из выборочной дисперсии, то есть величина $\sqrt{s^2} = s$, называется **среднеквадратичной погрешностью** измерения:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\tilde{\delta}_i)^2} . \quad (8)$$

Среднеквадратичная погрешность s характеризует степень разброса

единичных измерений относительно X : в интервал $\bar{x} - s < x_i < \bar{x} + s$ попадает примерно 70% всех отсчётов x_i .

Степень разброса единичных отсчётов можно также оценить среднеарифметической погрешностью

$$r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\tilde{\delta}_i|. \quad (9)$$

Вычислять среднеарифметическую погрешность r проще, чем среднеквадратичную ошибку s . Однако, как показано в математической статистике, использование среднеквадратичной погрешности предпочтительней.

Выборочная дисперсия s^2 тоже случайная величина: она принимает различные значения для разных серий измерений. Однако при очень большом числе измерений выборочная дисперсия стремится к вполне определённому значению σ^2 , которое называется дисперсией генеральной (т. е. всеобщей, содержащей бесконечное число отсчётов) выборки:

$$\sigma^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - X)^2.$$

Для оценки точности измерений в теории вероятностей используется также понятие *плотности вероятности* величины x_i . Плотность вероятности $w(x_i)$, умноженная на малый интервал dx , даёт вероятность попадания P случайной величины x_i в интервал от x до $x + dx$:

$$w(x_i)dx = P(x < x_i < x + dx). \quad (10)$$

Статистическое среднее (*математическое ожидание*) величины x определяется при этом как

$$\bar{x}_{ct} = \int_{-\infty}^{\infty} x w(x) dx, \quad (11)$$

а разброс значений измеряемой величины вокруг её математического ожидания - *дисперсия генеральной выборки*, как

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 w(x) dx. \quad (12)$$

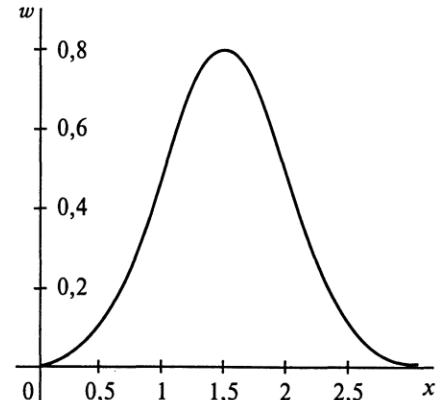


Рис. В2

Если функция распределения вероятностей $w(x)$ имеет вид одногорбой кривой, как показано на рис. В.2, то \bar{x}_{ct} приблизительно отвечает положению максимума кривой $w(x)$, поскольку значения случайной величины x концентрируются вблизи \bar{x}_{ct} . Дисперсия же σ^2 характеризует «ширину» кривой, то есть степень разброса величин x_i относительно \bar{x}_{ct} .

Приступая к опыту, мы не знаем истинного значения дисперсии σ^2 , но мы можем с той или иной степенью точности оценить её. Такой приемлемой оценкой σ^2 может служить выборочная дисперсия s^2 .

3.3. Точность измерений.

Точность измерений (числовой оценки X) определяется по-разному в зависимос-

ти от соотношения между приборной ошибкой δ_c и среднеквадратичной ошибкой s .

3.3.1. Когда случайные погрешности пренебрежимо малы ($\tilde{\delta} \ll \delta_c$), то точность числовой оценки величины X определяется приборной погрешностью. Истинное значение X отличается от величины \bar{x}_{ct} не более чем на δ_c :

$$\bar{x}_{CT} - \delta_c \leq X \leq \bar{x}_{CT} + \delta_c \quad \text{или} \quad X = \bar{x}_{ct} \pm \delta_c. \quad (13)$$

Ясно, что при $s \ll \delta_c$ не нужно проводить много измерений. В принципе достаточно ограничиться лишь единичным отсчетом, взяв в качестве \bar{x}_{ct} результат любого измерения x_i . Однако предварительно нужно убедиться в том, что $s \ll \delta_c$.

На практике, как уже говорилось, проще оценивать не среднеквадратичную погрешность s , а среднеарифметическую погрешность r , которая сравнима с s по порядку величины. Поэтому достаточно проверить выполнение условия $r \ll \delta_c$. Еще проще (и это вполне допустимо) проверить условие $|\Delta x|_{\max} \ll \delta_c$, где $|\Delta x|_{\max}$ — максимальное значение абсолютной погрешности $\Delta x_i = (x_i - \bar{x})$ (см. раздел В1). Если $|\Delta x|_{\max} \ll \delta_c$, то ошибка измерений определяется только прибором и результат измерений записывается в форме (13), в которой \bar{x}_{ct} заменяется на \bar{x} .

3.2.2. По-иному обстоит дело в другом предельном случае, когда $s \gg \delta_c$. В этом случае можно пренебречь в формуле (5) систематической погрешностью δ_c :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = X + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{\delta}_i. \quad (14)$$

Используя это выражение, можно показать, что **дисперсия выборочного среднего (σ')²** равна

$$\sigma'^2 = \frac{\sigma^2}{n}, \quad (15)$$

где σ^2 — дисперсия генеральной выборки.

Таким образом, среднеквадратичное отклонение выборочного среднего σ' в \sqrt{n} раз меньше σ . Это означает, что с ростом числа измерений разброс случайной величины \bar{x}_{ct} относительно истинного значения X уменьшается.

Обрабатывая результаты измерений x_i по формуле (7), мы можем определить не дисперсию генеральной выборки σ^2 , а выборочную дисперсию s^2 . Поэтому для среднеквадратичного отклонения выборочного среднего σ' получаем приближенную формулу

$$\sigma' = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum (\tilde{\delta}_i)^2}{n(n-1)}}. \quad (16)$$

Эта величина и принимается за точность измерений при $s \gg \delta_c$. Считают, что истинное значение X с вероятностью $P=0.68$ лежит в интервале:

$$\bar{x} - \sigma' \leq X \leq \bar{x} + \sigma' \quad \text{или} \quad X = \bar{x} \pm \sigma'. \quad (17)$$

При $P=0.95$ $X = \bar{x} \pm 2\sigma'$, а при $P=0.9973$ $X = \bar{x} \pm 3\sigma'$. Таким образом, погрешность измерений разумно характеризовать большей из величин δ_c или σ' . Если же они примерно одинаковы, то полную погрешность $\delta_{\text{полн}}^{(2)}$ вычисляют по формуле

$$\delta_{\text{полн}} = \sqrt{\delta_c^2 + (\sigma')^2}. \quad (18)$$

Из этого соотношения видно, что при $\delta_c > 3\sigma'$ погрешностью σ' можно пренебречь, а в случае $\sigma' > 3\delta_c$ можно пренебречь погрешностью δ_c .

3.3. Выбор числа измерений.

Увеличивая число измерений n , случайную погрешность σ' можно сделать как угодно малой. Ясно, однако, что безграничное увеличение n нецелесообразно. Разумное ограничение числа опытов состоит в том, чтобы сделать σ' меньше приборной ошибки δ_c , доведя её, скажем, до уровня $\sigma' = \delta_c / 2$. Из этого соотношения при помощи (16) легко оценить нужное число измерений:

$$n \approx \left(\frac{2s}{\delta_c} \right)^2.$$

Если, например, $s = 5\delta_c$, то $n = 100$. Дальнейшее увеличение числа измерений уменьшило бы случайную погрешность σ' , но не улучшило бы точности числовых оценок X .

3.4. Надежность измерений.

Так как обычно число измерений n существенно меньше, чем следует из (18), то истинное значение X лежит в интервале (17) не точно, а с вероятностью α .

Поэтому надежность измерений характеризуется *доверительной вероятностью* α и *доверительным интервалом* Δx_α . Доверительный интервал Δx_α ограничивает такую окрестность $\bar{x} \pm \Delta x_\alpha$, куда с заданной (доверительной) вероятностью α попадает истинное значение X . Доверительный интервал и доверительная вероятность, таким образом, связаны между собой соотношением

$$P(\bar{x} - \Delta x_\alpha < X < \bar{x} + \Delta x_\alpha) = \alpha. \quad (19)$$

Из этого соотношения можно в принципе найти Δx_α при заданном α и наоборот.

В простейшем случае, когда основная погрешность имеет систематическое происхождение ($\delta_c \gg s$), истинное значение X лежит в интервале $\bar{x} - \delta_c \leq X \leq \bar{x} + \delta_c$ со стопроцентной вероятностью (надежностью):

$$P(\bar{x} - \delta_c \leq X \leq \bar{x} + \delta_c) \approx 1, \quad (20)$$

поскольку δ_c – это верхняя граница возможных погрешностей. Из сравнения выражений (19) и (20) следует, что $\pm \delta_c$ – это величина доверительного интервала Δx_α , соответствующего 100–процентной надежности.

3.5. Исключение промахов.

Среди отсчётов x_i , полученных в результате n измерений, могут оказаться числа, резко отличающиеся от остальных. Такие числа могут появиться в результате описок, из-за невнимательности, из-за случайных кратковременных

²⁾ Здесь $\delta_{\text{полн}}$ является аналогом величины Δx в разделе В1 «Введение в физический практикум».

сильных помех и т.д. Обычно такие числа (промахи) исключаются из рассмотрения. Критерий отбрасывания промахов состоит в том, что исключаются из рассмотрения отсчеты, для которых $|\Delta x_i| > 3s$. Обоснованием этому служит то, что при нормальном законе распределения ошибок вероятность попадания абсолютной погрешности измерения Δx_i за пределы интервала $(-3s, +3s)$ составляет всего лишь 0,3%.

Следует, однако, отметить, что сначала надо рассчитать s с учётом всех измерений, включая предполагаемые промахи, и затем уже проводить сравнение. После отбрасывания промахов, расчёт s следует провести заново.

3.6. Пример обработки результатов прямых измерений.

Пусть в результате восьми измерений некоторой величины с приборной погрешностью $\delta_c = 0,5$ получены некоторые числа x_i (см. табл. 1).

Вычислим сначала выборочное среднее $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$. В нашем случае

$$\bar{x} = (101+100+103+92+99+97+94+98)/8 = 98.$$

Таблица 1

x_i	101	100	103	92	99	97	94	98
$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$	3	2	5	-6	+1	-1	-4	0
$(\Delta x_i)^2$	9	4	25	36	1	1	16	0

Вычислим далее абсолютные погрешности отдельных измерений $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$, их квадраты $(\Delta x_i)^2$ и среднеквадратичную погрешность $s = \sqrt{\frac{\sum (\Delta x_i)^2}{n-1}}$. Имеем:

$$s = \sqrt{\frac{1}{8}(9+4+25+36+1+16+0)} = \sqrt{13} = 3.6$$

Поскольку ни одно из чисел Δx_i , не превышает $3s = 10,8$, то среди результатов измерений нет промахов.

В нашем случае среднеквадратичная погрешность $s = 3,6$ оказалась больше приборной. Поэтому точность измерений определяется случайными, а не приборными погрешностями. Среднеквадратичное отклонение выборочного среднего \bar{x} можно определить по формуле (16):

$$\sigma' \approx \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{3,6}{\sqrt{9}} \approx 1,2.$$

Поскольку $\delta_c = 0,5$, заключаем, что точность числовой оценки \bar{x} тоже определяется преимущественно случайными ошибками, так что

$$X = \bar{x} \pm \sigma' = 98 \pm 1,2.$$

Чтобы снизить случайную погрешность $\sigma' = \frac{s}{\sqrt{n}}$ до уровня систематической погрешности $\delta_{\max} = 0,5$, т. е. уменьшить σ' примерно в 2,5 раза, нужно было бы увеличить число измерений в $2,5^2 \approx 6$ раз, т. е. сделать $8 \cdot 6 = 48$ измерений. Уровень же $1/2 \delta_{\max} = 0,25$ может достигаться примерно при 200 измерениях.

Заметим, что значение \bar{x} при записи окончательного результата следует округлять с учётом величины абсолютной ошибки, а именно: порядок последней значащей цифры \bar{x} не должен быть меньше порядка первой значащей цифры ошибки (например, $1243 \pm 2,4$, а не $1242,8 \pm 2,4$). Действительно, невозможно гарантировать значение величины на уровне десятых долей, если ошибка измерений составляет несколько единиц. Поэтому кажущееся бессмысленным написание измеренной величины, например, в виде $a = 25,000$ имеет глубокий смысл. Такая запись означает, что величина a была измерена с точностью до тысячного знака после запятой.

Относительная ошибка ε в нашем примере равна

$$\frac{\sigma'}{\bar{x}} = \frac{1,2}{98} \approx 0,012 = 1,2\%.$$

B4. ПОГРЕШНОСТИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Большинство физических величин приходится измерять косвенным образом. При этом сначала измеряются, например, прямым методом некоторые независимые величины x и y , а затем интересующая нас величина A определяется по расчетной формуле:

$$A = f(x, y).$$

Вопрос о погрешностях величины A в этом случае решается для систематических и случайных ошибок математическими методами. Пусть \bar{x} и \bar{y} - средние значения непосредственно измеренных независимых величин x и y , а величины Δx и Δy - соответствующие им абсолютные погрешности этих прямых измерений, которые являются независимыми ошибками. Тогда в качестве числового значения величины A берут:

$$A_c = f(\bar{x}, \bar{y}),$$

а абсолютную ошибку ΔA определяют как $\Delta A = \pm \varepsilon_A \cdot |A_c|$ (далее знаки \pm не ставятся, и они будут иметься ввиду по умолчанию).

Пусть величина y найдена или известна с точностью во много раз превышающей точность определения x , что на математическом языке в первом приближении это означает, что $\Delta y \rightarrow 0$ и $y = \text{const}$. Тогда максимальная относительная ошибка вычисления величины A_c находится по формуле:

$$\varepsilon_{A_c}|_{y=\text{const}} \approx d\{\ln[f(x, y)]\}|_{y=\text{const}} = \frac{1}{|A_c|} \left[\left[\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right]_{y=\text{const}} \Delta x \right] = \left[\left[\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right]_{y=\text{const}} \frac{\Delta x}{|A_c|} \right] = \left[\left[\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right]_{y=\text{const}} \varepsilon_x \right], \quad (21)$$

где $\varepsilon_{xc} = \Delta x / |A_c|$.

В формуле (21) под знаком модуля стоит частная производная функции $A=f(x,y)$ по переменной x , которая обозначается как $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$. По определению частной производной функции нескольких переменных эта производная находится по правилам дифференцирования функции одной переменной при условии, что остальные переменные рассматриваются как постоянные величины. Поэтому условие типа « $y=const$ » не ставится.

Очевидно, что аналогичное соотношение, но со сменой соответствующих индексов x на y , можно получить, и для ε_{yc} . Поскольку вид формулы (21) не зависит от точности измерения переменных x и y , а сами относительные ошибки ε_{xc} и ε_{yc} являются независимыми величинами, то их результирующая ε_A должна находиться по правилу вычисления модуля вектора (что показывается в математической статистике), то есть:

$$\varepsilon_A^2 = \left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right)^2 \varepsilon_{xc}^2 + \left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right)^2 \varepsilon_{yc}^2, \quad (22)$$

или в случае k независимых переменных получаем следующее соотношение:

$$\varepsilon_A^2 = \left(\frac{\partial f(x,\dots,k)}{\partial x}\right)^2 \varepsilon_{xc}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f(x,\dots,k)}{\partial k}\right)^2 \varepsilon_{kc}^2. \quad (23)$$

Из соотношений (22) и (23) следует, что относительная ошибка косвенных измерений величины A зависит не только от точности прямых измерений, например x , но и от самой функциональной зависимости A , а именно частной производной $\frac{\partial A}{\partial x}$ и среднего значения искомой величины $A_c = \bar{A}$.

Рассмотрим примеры вычисления относительных ошибок для некоторых функциональных зависимостей, в которых коэффициент a не имеет размерности, то есть некоторое число, а коэффициент β имеет размерность обратную аргументу:

- | | | |
|-------------------------|---|--|
| 1) $A = a x;$ | $\varepsilon_A = \varepsilon_x,$ | где $\varepsilon_A = \varepsilon_x = \Delta x / \bar{x} $. |
| 2) $A = a x \pm y;$ | $\varepsilon_A^2 = a^2 \varepsilon_{xc}^2 + \varepsilon_{yc}^2,$ | где $\varepsilon_{xc} = \Delta x / \bar{A} $; $\varepsilon_{yc} = \Delta y / \bar{A} $. |
| 3) $A = \frac{axy}{z};$ | $\varepsilon_A^2 = \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2,$ | где $\varepsilon_x = \Delta x / \bar{x} $, $\varepsilon_y = \Delta y / \bar{y} $, $\varepsilon_z = \Delta z / \bar{z} $. |
| 4) $A = \ln(\beta x);$ | $\varepsilon_A = \frac{\varepsilon_x}{ \ln(\beta \bar{x}) } = \frac{\varepsilon_x}{ \bar{A} }.$ | 5) $A = \lg(\beta x);$ $\varepsilon_A = \frac{0,433 \varepsilon_x}{ \lg(\beta \bar{x}) } = \frac{0,433 \varepsilon_x}{ \bar{A} }.$ |
| 6) $A = e^{\beta x};$ | $\varepsilon_A = \beta \Delta x.$ | 7) $A = x^a;$ $\varepsilon_A = a \varepsilon_x.$ |

Отметим, что, если в формулу для определения величины A входят математические константы (π, e и т.п.), универсальные физические постоянные, табличные данные из справочников и т.п., то следует помнить, что точность задания этих величин не должна быть ниже точности измеренных величин x, \dots, k . Поэтому округление этих констант нужно проводить таким образом, чтобы отношение «отброшенной» части константы к её округленному значению было бы меньше $\varepsilon_{xc}, \dots, \varepsilon_{kc}$. Тогда ошибкой округления можно пренебречь. Например, в 5-ом примере значение десятичного логарифма числа e приведено с точностью

0,29%, но на практике точность обычных измерений в десять раз меньше и поэтому достаточно записать его значение как 0,43.

B5. ЗАПИСЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

5.1. В каждом эксперименте очень важно немедленно и без какой-либо обработки записывать результаты проделанных измерений. Запись должна быть ясной и экономной. Не следует проводить никаких, даже самых простых арифметических расчетов в уме, не записав результат измерения. Например, если для определения силы тока в амперах показания амперметра нужно делить на 2, то рекомендуется вначале записать показания прибора в делениях шкалы, цену деления шкалы и лишь затем разделить результаты на 2. Действительно, если при делении в уме была допущена ошибка, то позже без записи результата непосредственного измерения исправить её уже невозможно. При проведении и записи измерений желательно проверить то, что записано, взглянув ещё раз на прибор. Это способствует исключению промахов.

Иногда целесообразно записывать серийные номера приборов, используемых при измерениях. Впоследствии это может пригодиться: так, если в ходе эксперимента или домашних расчетов обнаружатся какие-нибудь неувязки, то всегда можно заново проверить данный результат, не проводя всей серии измерений на новых приборах.

5.2. Результаты экспериментов удобнее всего записывать в виде таблиц. Такая запись компактнее и проще для чтения. В начале каждого столбца пишется название или символ соответствующей величины и указывается единица измерения. В таблице должны быть записаны значения величин, как полученные непосредственно в эксперименте, так и рассчитанные затем на основе экспериментальных данных.

5.3. Перед вычислениями следует выписать значения используемых констант и параметров экспериментальных установок с требуемой точностью.

B6. ВЫЧИСЛЕНИЯ

Цель эксперимента – получить числовое значение некоторой физической величины. Поэтому точность при вычислениях так же важна, как и при измерениях. Точность вычислительных средств (калькулятор, различные математические таблицы) не должна быть ниже точности измерений.

Вероятность появления случайных ошибок при расчетах можно уменьшить при рациональном подходе к вычислениям. Укажем некоторые способы устранения арифметических ошибок.

6.1. Чтобы избежать ненужных выкладок, целесообразно максимально упростить используемую формулу: вынести постоянные множители из-под корня, привести подобные члены, сократить общие множители и т. д. Приведем пример.

При проверке уравнения Бернулли в эксперименте с использованием трубок различного сечения измеряется расход воды Q и разность давлений в трубках $\Delta p = p_1 - p_2$. На построенный по полученным данным график $Q = f(\sqrt{\Delta p})$ наносится теоретическая зависимость, для расчета которой используются экспериментальные значения разности давлений Δp :

$$Q = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\left(\frac{1}{S_1^2} - \frac{1}{S_2^2}\right)\rho}},$$

где S_1, S_2 – сечения трубок, ρ – плотность жидкости. Для упрощения расчета теоретических данных рекомендуется сначала вычислить постоянный множитель

$$K = \sqrt{\frac{2}{\left(\frac{1}{S_1^2} - \frac{1}{S_2^2}\right)}}\rho, \text{ а затем для различных значений } \Delta p \text{ рассчитать } Q \text{ по формуле}$$

$$Q = K\sqrt{\Delta p}.$$

6.2. Вычисления должны проводиться как можно более последовательно и аккуратно. Запись следует вести так, чтобы было много свободного места. Неаккуратная и неразборчивая запись выкладок часто оказывается причиной арифметических и других ошибок. Все вычисления должны сразу выполняться в чистовой тетради. Данные всех последовательных вычислений, как правило, должны быть представлены в таблице.

6.3. Проверку арифметических выкладок следует рассматривать как необходимую часть вычислений. При расчетах нужно следить за тем, чтобы полученные значения имели разумный порядок величины. Для этого до начала вычислений приблизительно определяется порядок искомой величины и её размерность.

При выполнении лабораторных работ целесообразно использовать различные методы вычислений. По инструментальному признаку их можно разделить на: *устные, с карандашом и бумагой, и компьютерные*.

Устные вычисления (в уме) производятся с точностью равной одной или двум значащим цифрам и используются для оценки полученных результатов и оперативного выявления очень грубых промахов. Такие вычисления не требуют никаких инструментов и способствуют развитию памяти, абстрактного мышления и умения выделять главное.

Вычисления с карандашом и бумагой (иногда с калькулятором) широко применяются для обработки результатов небольшого объема. Такие вычисления позволяют следить за преобразованием данных по шагам и способствуют развитию не только логического, но и операционного мышления. Кроме того, они развивают способность к концентрации внимания и способствуют запоминанию и структуризации материала.

Компьютерная обработка данных используется только в случае очень больших объемов расчетов, когда используемые при таких расчетах методы освоены или же, когда стоит задача краткого знакомства с этими методами только

на уровне их применения. Кроме того, компьютер часто используется при статистических расчетах, прямом численном моделировании, интерполяции, экстраполяции, регрессии (подборе коэффициентов формул), сборе экспериментальных данных и обработке результатов эксперимента в реальном масштабе времени.

Например, при нахождении произведения двух величин и оценки точности полученного результата достаточно в зависимости от требуемой точности и числа измерений все вычисления произвести или устно, или с карандашом и бумагой, а при нахождении среднего значения и дисперсии серии из десятков значений имеет смысл воспользоваться компьютером или соответствующим калькулятором.

По типу восприятия и мышления методы вычислений можно разделить на: *численные* (табличные), *аналитические* (символьные) и *визуальные* (графические). Все они должны использоваться не только при компьютерной и бумажной обработке, но и, что очень важно для развития способностей обучаемых, при вычислениях в уме.

Отметим, что наиболее полное и наглядное представление об изучаемом явлении можно получить только при одновременном описании в цифровой (таблицы), графической (графики зависимостей одной и нескольких переменных) и абстрактной символьной (формулы и уравнения) формах.

B7. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ

В экспериментальной физике широко пользуются графиками. Графический метод представления результатов даёт возможность наглядно проследить вид функциональной зависимости. Используя графическую зависимость $y(x)$ в пределах проведенных измерений, можно находить значения величины y для таких значений x , для которых измерения не проводились.

При построении графика следует заранее выбрать масштаб, разметить оси координат и лишь после этого приступать к нанесению на график экспериментальных точек.

При выборе масштаба на графике следует исходить из следующих соображений:

1) Экспериментальные точки не должны сливаться друг с другом. В этом случае из графика трудно извлечь полезную информацию. Поэтому лучше выбрать такой масштаб, чтобы расположить точки с разумным интервалом.

2) Масштаб должен быть простым. Проще всего, если единица измеренной величины (или 10, 100, 0,1 и т. д. от единицы) на оси графика соответствует 1 см. Можно выбрать такой масштаб, чтобы 1 см соответствовал двум или пяти единицам. Других масштабов следует избегать, потому что при нанесении точек на график придется производить дополнительные арифметические расчеты. Степени десяти удобнее относить к единице измерения. Тогда деления масштаба на осях графика можно отмечать цифрами 1, 2, 3 или 10, 20, 30, ..., а не 10000, 20000 и т.д. или 0,001, 0,002 и т.д. На осях координат следует указывать название или символ измеряемой величины и единицы её измерения (например, « I , 10^{-3} A »

или «U, 10² В»). Чтобы не перегружать оси графика надписями, рекомендуется надписывать на осях только начало координат, первое и кратные пяти или десяти деления масштаба.

Числовые значения измеряемых величин на графике указывать не следует. Результаты, полученные в разных сериях измерений, а также теоретические значения исследуемой величины обозначают на графике (рис. В.3) отличающимися друг от друга знаками (точками, крестиками, кружочками и т.п.). Собственно график (линию) проводят через экспериментальные точки в виде плавной линии (здесь прямая) так, чтобы эти точки равномерно распределялись по обе стороны кривой. Дополнительным способом проверки правильности графика служит нанесение экспериментальных точек в виде вертикальных и горизонтальных отрезков, длины которых определяются абсолютными ошибками измерения соответствующих величин (на рис. В.3 они не изображены). Кривая графика должна проходить в пределах этих отрезков.

Кроме системы координат с равномерным масштабом, часто применяются *полулогарифмическая* и *логарифмическая* шкалы. Полулогарифмическая система координат – это прямоугольная система координат, по одной оси которой используется равномерный масштаб, а по второй – неравномерный логарифмический масштаб. Он будет равномерным для логарифмов чисел.

Действительно, если некоторое физическое явление описывается математической формулой:

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-\beta t}. \quad (24)$$

При этом в эксперименте измеряются значения величины $\varphi(t_i)$ в моменты, допустим, времени t_i , а по результатам этих прямых измерений необходимо найти коэффициент (число) в показателе экспоненты (β). Из формулы (24) можно получить, что для результатов каждого измерения справедливо следующее соотношение:

$$\ln(\varphi_0 / \varphi_i) = \beta t_i. \quad (25)$$

Из (25) следует, что построив результаты экспериментов в полулогарифмическом масштабе $\{t, \ln(\varphi_0 / \varphi)\}$, экспериментальные точки расположатся вдоль прямой, тангенс угла наклона которой к оси абсцисс (t) равен искомому коэффициенту β .

Если физическая закономерность описывается формулой: $y = x^\alpha$, в которой α – искомый в эксперименте постоянный коэффициент, то из формулы видно, что, построив полученные прямыми измерениями значения x_i и y_i в логарифмическом

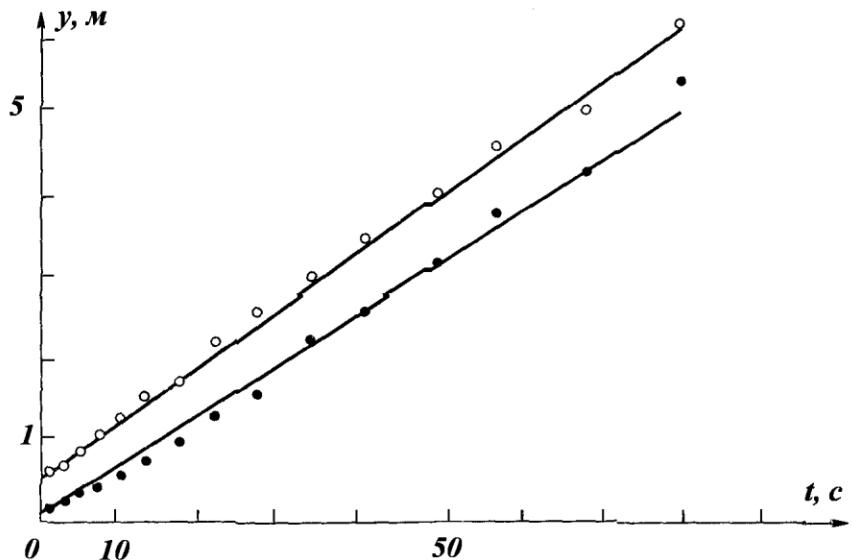


Рис. В.3

системе координат, то прямая будет иметь наклон, тангенс которого равен коэффициенту α .

Действительно, если некоторое физическое явление описывается математической формулой:

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-\beta t}. \quad (24)$$

При этом в эксперименте измеряются значения величины $\varphi(t_i)$ в моменты, допустим, времени t_i , а по результатам этих прямых измерений необходимо найти коэффициент (число) в показателе экспоненты (β). Из формулы (24) можно получить, что для результатов каждого измерения справедливо следующее соотношение:

$$\ln(\varphi_0 / \varphi_i) = \beta t_i. \quad (25)$$

Из (25) следует, что построив результаты экспериментов в полулогарифмическом масштабе $\{t, \ln(\varphi_0 / \varphi)\}$, экспериментальные точки расположатся вдоль прямой, тангенс угла наклона которой к оси абсцисс (t) равен искомому коэффициенту β .

Если физическая закономерность описывается формулой: $y = x^\alpha$, в которой α – искомый в эксперименте постоянный коэффициент, то из формулы видно, что, построив полученные прямыми измерениями значения x_i и y_i в логарифмическом

масштабе $\{lgx, lgy\}$, экспериментальные точки расположатся вдоль прямой, тангенс угла которой к оси абсцисс равен искомому коэффициенту α : $lg y = \alpha \lg x$.

Таким образом, при выборе системы координат рекомендуется строить графики в таких координатах $\{x,y\}$, в которых предполагаемая функциональная зависимость выражается прямой линией. Это позволяет быстро проверить правильность предположения и легко определить параметры зависимости. Например, если предполагается зависимость $A(t) = k_1 + \frac{k_2}{t}$, то в координатах $\{\frac{1}{t}, A\}$ она должна выражаться прямой линией. Коэффициенты k_1 и k_2 можно определить тогда непосредственно из графика.

Обработка результатов измерений в соответствии с приведенными в настоящем разделе рекомендациями обеспечивает успешное выполнение лабораторных работ в физическом практикуме.

В8. ПОРЯДОК РАБОТЫ СТУДЕНТОВ В ЛАБОРАТОРИЯХ ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА

1. За учебный семестр студентом выполняется 10-12 лабораторных работ в соответствии с графиком их выполнения на занятиях, продолжительностью 3-х академических часов (135 мин.). Первые (одно или два) занятия в семестре вводные и, как правило, фронтальные. Выполнение работы условно делится на 3 этапа.

1-й этап – подготовительный по конкретной лабораторной работе во внеаудиторное время. На этом этапе студенты, предварительно самостоятельно ознакомившись с описанием лабораторной работы, начинают оформление бланка протокола работы в своей рабочей тетради: пишут название и цель лабораторной работы и названия выполняемых заданий; записывают (при необходимости выводят) формулы для вычисления результатов измерений с расшифровкой всех буквенных обозначений и нахождения абсолютных и относительных ошибок прямых и косвенных измерений (см. разделы В1 - В4); карандашом рисуют таблицы для записи промежуточных экспериментальных результатов (см. раздел В5). Затем изучают экспериментальную установку и последовательность выполнения лабораторной работы под руководством дежурного инженера вне сетки учебного расписания (самоподготовка), и внося изменения и дополнения в протокол работы, в том числе сводную таблицу из описания лабораторной работы.

2-й этап – выполнение работы: студенты получают теоретический и практический допуски к работе на лабораторных установках и проводят эксперименты. Лабораторная работа считается выполненной, если полностью проведены необходимые измерения и расчеты (см. раздел В6), построены графики (см. раздел В7) и вычислены ошибки измерений, и все это внесено в протокол (протокол оформлен!).

3-й этап – итоговое занятие по теме, на котором студенты объясняют (зашивают) результаты, полученные в лабораторных работах, отвечают на вопросы преподавателя, в том числе помещённые в разделе «Вопросы и упражнения».

2. Студенты выполняют лабораторные работы по индивидуальному графику, составленному преподавателем в начале семестра. Бланк графика оформляется студентом в начале его лабораторной тетради (см. ниже) и служит для контроля и оценки преподавателем деятельности студента на лабораторных занятиях в течение всего семестра, что фиксируется подписью преподавателя (самоподготовка – подпись инженера). Студент получает зачет по лабораторным занятиям, если полностью выполнил индивидуальный график работы в лабораторном практикуме.

3. Студент не допускается к выполнению очередной лабораторной работы при отсутствии протокола лабораторной работы, а также, если он не имеет зачет по двум выполненными ранее работам.

Образец оформления бланка графика выполнения студентом лабораторных работ

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ГРАФИК РАБОТЫ
В ЛАБОРАТОРНОМ ПРАКТИКУМЕ ПО МЕХАНИКЕ
СТУДЕНТА _____
1 КУРСА _____ ГРУППЫ**

Неделя	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	XVIII
Дата										
№ работы										

КОНТРОЛЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

№ и название лабораторной работы	Самоподготовка	Допуск	Выполнение	Защита

ЗАЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

_____ **Дата и подпись преподавателя**

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.1¹⁾

ПРОСТЕЙШИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА ИХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Цель работы: ознакомление с методами измерения линейных размеров тел и их масс, а также с методами обработки экспериментальных данных и оценки точности измерений.

Литература: 1. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: образцы для измерений, штангенциркуль, микрометр, электронные весы, электронный осциллограф, звуковой генератор.

ВВЕДЕНИЕ

Измерительные приборы и наши органы чувств несовершены, поэтому все измерения можно делать только с известной степенью точности. Очевидно, что, измеряя с помощью прибора некоторую величину, мы не можем сделать ошибки меньшими тех, которые определяются погрешностями измерительного устройства! Поэтому в задачу измерений входит не только нахождение самой величины, но также и оценка допущенной при измерении погрешности для подтверждения достоверности полученного результата!

Выбор измерительного прибора определяется его возможностями и допустимой погрешностью измерений, определяемой ценой наименьшего деления прибора и называемой абсолютной ошибкой измерения. Например, штангенциркуль позволяет измерять линейные размеры до 150 мм с точностью до 0,1 мм; микрометр - до 25 мм с точностью до 0,01 мм; электронные весы допускают измерение масс до 200 г с точностью до 0,001 г.

В физическом эксперименте в большинстве случаев непосредственно измеряют не искомую величину A, а некоторые другие величины x, y, z, связанные с ней известным соотношением $A = f(x,y,z)$. Измерение величины A таким методом называется косвенным измерением.

При косвенных измерениях ошибка получаемого значения искомой величины зависит не только от ошибок, допущенных при непосредственных измерениях величин, но и от вида математической функции (формулы) $A=f(x,y,z)$, связывающую искомую величину с непосредственно измеренными величинами. Вычисление ошибок прямых и косвенных измерений подробно рассмотрено во Введении к лабораторному практикуму. При прямых измерениях величин x, y, z (отсчете их значений по измерительным приборам) и оценки их погрешностей (Δx , Δy , Δz) следует руководствоваться следующими правилами, учитывающими особенности зрительного восприятия человека:

1. Если указатель измерительного прибора (стрелка, риска, т.п.) находится между двумя последовательными делениями шкалы, то абсолютная погрешность равна половине цены деления шкалы, т. к. при отсчете результата по ближайшему делению (производя тем самым округление), мы делаем ошибку не более чем на половину цены деления.

¹⁾ Описание исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

2. Если указатель движется скачкообразно (механический секундомер), то абсолютная погрешность равна цене деления шкалы.

3. Если границы измеряемого объекта не может быть четко определены (например, "размытое" изображение предмета на экране), то абсолютная погрешность при измерении параметров объекта определяется характером нечеткости его границ и может превышать цену деления измерительного устройства.

В настоящей работе студенты должны приобрести навыки в работе с измерительными инструментами, в аналитической обработке данных эксперимента и в оценке погрешностей прямых и косвенных измерений.

Измерения линейных размеров физических тел являются важнейшими в механике. Поэтому знакомство с техникой измерений в физике мы начинаем с таких приборов, как штангенциркуль и микрометр, в которых применяется шкала нониуса.

Нониусом называется дополнительная шкала, позволяющая повысить точность измерения в 10–20 раз. Линейным нониусом называется маленькая линейка с делениями, которая может скользить вдоль измерительной линейки, называемой масштабом (см. рис.1.1.1, верхняя часть – положение измерительной линейки и нониуса перед проведением измерений).

Видно, что нулевые деления измерительной линейки и нониуса совпадают, и деления на нониусе нанесены так, что одно деление нониуса

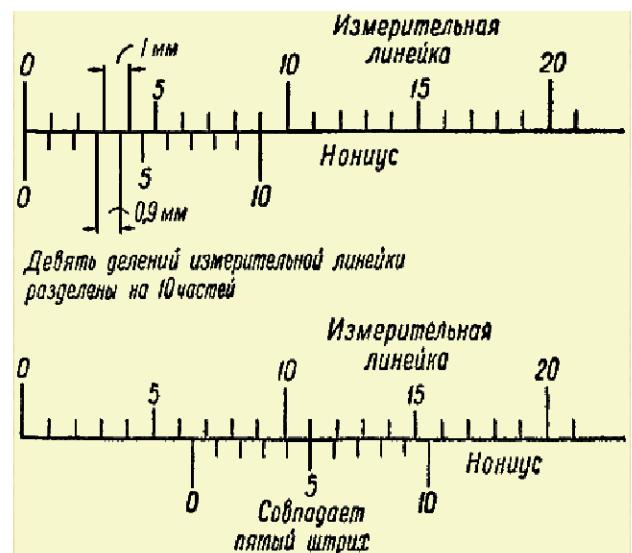


Рис. 1.1.1

составляет $(m - 1) / m = 1 - 1/m$ делений масштаба, где m – число делений нониуса (на рис.1 $m = 10$). Именно поэтому можно, пользуясь нониусом, производить отсчеты с точностью до $1/m$ части наименьшего деления масштаба. Пусть расстояние между соседними штрихами масштаба равно y , между соседними штрихами нониуса x . Тогда $x = y - y/m$ и $m x = (m - 1)y$. Величина $\Delta x = y - x = y/m$ называется точностью нониуса, она определяет максимальную погрешность нониуса. Поэтому для показанного на рис.1 случая легко получить, что $y = 1 \text{ мм}$, $x = 0,9$, $m = 10$ и $\Delta x = 0,1 \text{ мм}$. Часто точность шкалы нониуса указывается либо на ней самой, либо на корпусе измерительного прибора.

Примечание: Иногда число делений на шкале нониуса не совпадает с их числовым обозначением. В этом случае за число m для вычисления точности нониуса принимается общее число делений его шкалы N , без единицы, то есть $m = N - 1$.

При измерениях нулевое деление нониуса сдвигается относительно нулевого деления масштаба (см. пример измерения с помощью шкалы нониуса на нижней части рис. 1.1.1, в котором ноль нониуса располагается между 6 и 7 делениями масштаба). Но одно из делений нониуса всегда совпадает с каким-либо делением масштаба (на рис. 1.1.1 – 5 деление). Поэтому измеренная длина равна 6,5 мм. Во втором примере на рис. 1.1.2 измеренная длина равна 44,5 мм. Повышенная точность измерений по нониусу основана на том, что глаз человека способен фиксировать расположение делений нониуса и масштаба друг относительно друга точнее, чем проводить отсчет долей делений измерительной линейки.

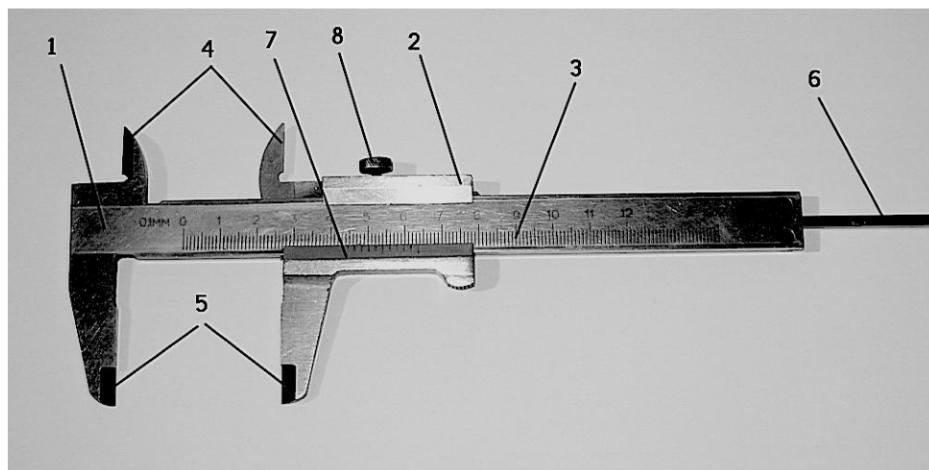


Рис. 1.1.2

На рис. 1.1.2 представлен один из типов штангенциркулей, в котором для измерения линейных размеров тел с точностью до 0,1 мм используется линейный нониус (7), нанесенный на его движок (2). Измерительная линейка (3) нанесена на корпусе (1). Этот измерительный инструмент может измерять: внешний размер тел с помощью нижних губок (5), диаметр отверстий и ширину прорезей с помощью верхних губок (4) и глубину отверстий и прорезей посредством глубомера (6). Стопорный винт (8) предназначен для фиксации подвижных частей (губок и глубомера) штангенциркуля при разметке или калибровке деталей. Точность некоторых типов серийных штангенциркулей достигает 0,02 мм. Однако у таких штангенциркулей обычно отсутствуют глубомер и верхние губки, а диаметры отверстий и размеры прорезей, начиная с 10 мм, измеряются посредством видоизмененных внешних поверхностей нижних губок (5). Число «10» обычно нанесено на поверхности таких губок и эта величина при измерении прибавляется к измеренным делениям масштаба. Такой штангенциркуль используется в настоящей работе.

На рис. 1.1.3 представлен один из типов микрометров. В этом измерительном инструменте деления измерительной линейки с шагом 1,0 мм (7) нанесены с двух сторон линии (со сдвигом друг относительно друга на 0,5 мм) вдоль поверхности цилиндра, называемого стеблем (3). Его шкала нониуса (6) нанесена вдоль левого края барабана (4), так что она

перпендикулярна шкале измерительной линейки (7). Все элементы микрометра крепятся на скобе (8), за которую держат инструмент при проведении измерений.

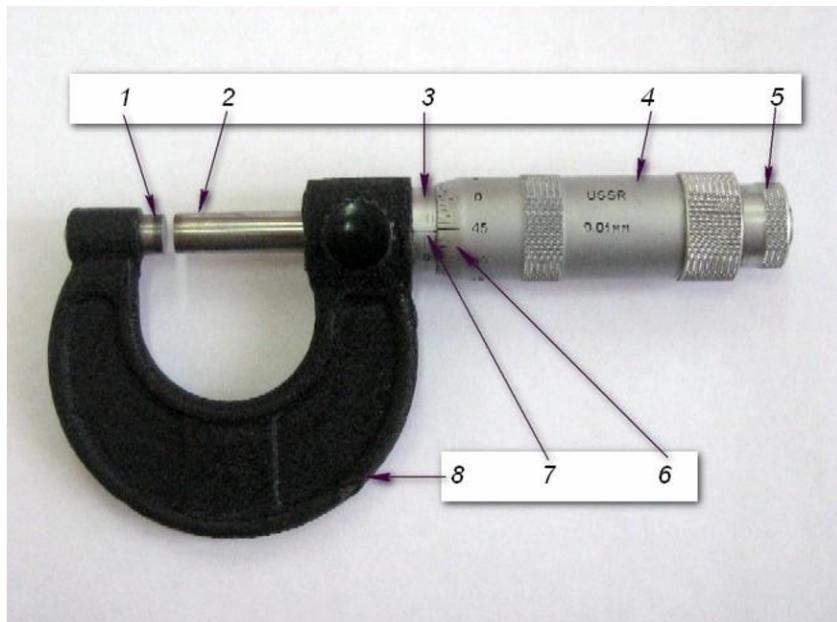


Рис. 1.1.3

Измерения микрометром проводятся следующим образом. Первоначально совмещаются измерительные поверхности неподвижной пятки (1) и подвижного микрометрического винта (2), вращая (заворачивая) головку с трещоткой (5) по часовой стрелке. Когда поверхности совместятся, головка начинает прокручиваться и щелкает трещотка. После этого необходимо проверить совпадение нулевой риски шкалы нониуса и нулевой риски шкалы линейки, так как со временем и/или неправильной эксплуатации микрометра может возникнуть это несовпадение. В случае его наличия обратитесь за помощью к инженеру или преподавателю, чтобы в дальнейшем правильно проводить измерения.

После проверки нужно, вращая (отворачивая) барабан (4) против часовой стрелки, развести измерительные поверхности пятки (1) и микрометрического винта (2) на расстояние немного большее линейного размера измеряемого тела, чтобы последнее свободно поместилось между указанными измерительными поверхностями. Затем, заворачивая головку с трещоткой (5), подводятся измерительные поверхности в соприкосновение с телом (когда начнет щелкать трещотка) и вычисляется результат измерения по значениям на шкалах линейки стебля (7) и нониуса барабана (6).

Во время подготовки к проведению измерений при отворачивании барабана обратите внимание на то, что один полный оборот барабана приводит к сдвигу микрометрического винта (2) на 0,5 мм – половине нижнего деления шкалы измерительной линейки (7), и появлению первого штриха верхних делений этой шкалы. Поэтому одно деление (точность)

шкалы нониуса соответствует: $0,5 \text{ мм} / 50 \text{ дел} = 0,01 \text{ мм}$, что указано на барабане (4).

На рис. 1.1.4 приведен в качестве примера результат некоторого измерения. Видно, что полученный размер тела по показаниям шкал линейки и нониуса равен, соответственно: $5,5 \text{ мм} + 0,46 \text{ мм} = 5,96 \text{ мм}$ (а на рис. 1.1.3 — $1,94 \text{ мм}$).

Примечание: Во избежание повреждений изучаемого тела и его поверхности, а также измерительных поверхностей и механизма микрометра закручивание микрометрического винта (2) разрешается проводить только посредством головки с трещоткой (5). Точность современных механических микрометров с рычажным нониусом достигает 2 мкм !

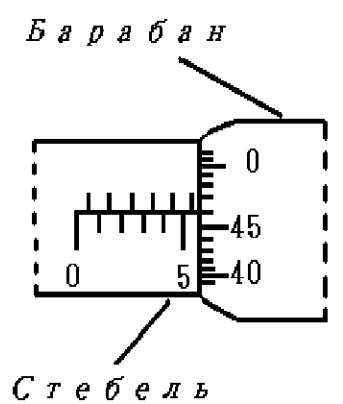


Рис. 1.1.4



Рис. 1.1.5



Рис. 1.1.6

Для изучения электрических сигналов (напряжения) используется электронный осциллограф (рис. 1.1.5). Этот прибор позволяет визуализировать на экране электронно-лучевой трубки (далее экран) временные зависимости этих сигналов и определить их характеристики: форму (постоянный или переменный, синусоидальный или пилообразный и т.д.) амплитуду A , период T (а значит и частоту $\nu=1/T$) и др. На экране осциллографа имеется сетка для проведения измерений. Ручки управления прибором вынесены на его лицевую панель и надписи около них указывают на их назначение, например, около тумблера включения прибора находится надпись «СЕТЬ». С правилами и порядком работы с осциллографом студенты знакомятся на занятии под руководством преподавателя или инженера.

Для получения переменного электрического напряжения часто используются электронные генераторы (далее генераторы), которые при диапазоне частот генерируемого ими сигнала $1 \text{ Гц} \div 60 \text{ кГц}$ называются звуковыми (рис. 1.1.6). Ручки управления прибором вынесены на его лицевую панель и надписи около них указывают на их назначение, например,

около тумблера включения прибора находится надпись «СЕТЬ». С правилами и порядком работы с генератором студенты знакомятся на занятии под руководством преподавателя или инженера.

Лабораторная работа № 1.1 является фронтальной и проводится под руководством преподавателя.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение плотности материала кольца.

Перед началом выполнения работы ознакомьтесь с разделами В5 и В6 в [1].

Плотность полученного в начале выполнения работы кольца рассчитывается на основе результатов измерений его массы m и линейных размеров по формуле:

$$\rho = 4m/(\pi h[D^2 - d^2]), \quad (1)$$

где D и d — большой и малый диаметры кольца, h — толщина кольца.

Для выданного вам кольца проведите необходимые измерения: толщину кольца (h) измерьте микрометром, внешний и внутренний диаметры кольца (D и d) — штангенциркулем, а массу (m) — с помощью электронных весов (с порядком проведения измерений на электронных весах студент знакомится на занятии); записывая их в тетради в соответствующие таблицы.

Ниже приведена, в качестве примера, таблица для результатов измерения h — таблица 1. В этой таблице помещаются (см. разделы В1 – В3 в [1]): результаты измерения толщины h_i , её среднее значение h_{cp} , случайная ошибка измерения Δh_i , средняя случайная ошибка $(\Delta h_i)_{cp}$, систематическая (инструментальная) ошибка измерения Δh_c ; отношение последних, абсолютная Δh и относительная ε_h ошибки прямых измерений толщины h .

Таблица 1

N	$h_i, \times 10^{-3} \text{ м}$	$\Delta h_i, \times 10^{-5} \text{ м}$	$h_{cp} = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{-3} \text{ м}$
1			$(\Delta h_i)_{cp} = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{-5} \text{ м}$
2			$\Delta h_c = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{-5} \text{ м}$
3			$\Delta h_c / (\Delta h_i)_{cp} = \underline{\hspace{2cm}}$
4			$\Delta h = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{-5} \text{ м}$
5			$\varepsilon = \underline{\hspace{2cm}} \%$

В аналогичные таблицы 2 и 3 для d и D (полученные путем замены буквы h на d и D , соответственно) внесите результаты соответствующих измерений и вычислений. Измерение массы кольца можно провести один раз, а их результат и соответствующие ошибки измерения запишите в тетради.

Вычислите плотность кольца и определите по справочнику, из какого материала изготовлено кольцо. Рассчитанную относительную ошибку ε_ρ косвенных измерений (см. В4 в [1] и приложение к заданию 1) плотности кольца и занесите в таблицу 4 основные результаты измерений и вычислений.

Таблица 4

Внешн. $D_{cp} \pm \Delta D$ (м)	Внутр. $d_{cp} \pm \Delta d$ (м)	Толщина $h_{cp} \pm \Delta h$ (м)	Масса $m \pm \Delta m$ (кг)	Плотность $\rho \pm \Delta \rho$ (кг/м ³)	$\varepsilon_\rho = \frac{\Delta \rho}{\rho}$ (%)	Материал образца

Приложение к заданию 1

1. Если случайная ошибка какого-либо прямого измерения меньше систематической (приборной) ошибки этого же измерения, то в абсолютной ошибке этого измерения учитывается лишь систематическая ошибка (см. [1]).

2. Для правильного определения относительной ошибки косвенных измерений плотности ρ сначала необходимо ознакомиться с разделом В4 в [1], а затем строго выполнять порядок действий, вычислений и записи результатов, которые приведены в ниже следующем примере.

Пусть в результате измерений получены следующие результаты:

$m = 4,789 \pm 0,001$ г; $h = 1,55 \pm 0,01$ мм; $d = 18,85 \pm 0,05$ мм; $D = 43,45 \pm 0,05$ мм, где после символа «±» стоят точности измерения весов, микрометра и штангенциркуля, соответственно (систематическая ошибка больше случайной).

Далее необходимо вычислить относительные ошибки прямых измерений:

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta m}{m} = 2,09 \times 10^{-4}; \quad \varepsilon_h = \frac{\Delta h}{h} = 6,45 \times 10^{-3}; \quad \varepsilon_d = \frac{\Delta d}{d} = 2,65 \times 10^{-3}; \quad \varepsilon_D = \frac{\Delta D}{D} = 1,15 \times 10^{-3}.$$

Затем вычисляется «вклад» каждого прямого измерения в общую относительную ошибку косвенного измерения плотности ρ , используя формулу (1), а именно:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\rho m} &= \frac{1}{\rho} \left| \frac{\partial \rho}{\partial m} \right| \Delta m = \frac{\Delta m}{m} = \varepsilon_m = 2,09 \times 10^{-4}; & \varepsilon_h &= \frac{1}{\rho} \left| \frac{\partial \rho}{\partial h} \right| \Delta h = \frac{\Delta h}{h} = \varepsilon_h = 6,45 \times 10^{-3}; \\ \varepsilon_{\rho d} &= \frac{1}{\rho} \left| \frac{\partial \rho}{\partial d} \right| \Delta d = \frac{2d^2}{(D^2-d^2)} \frac{\Delta d}{d} = 0,46 \times \varepsilon_d = 1,23 \times 10^{-3}; \\ \varepsilon_{\rho D} &= \frac{1}{\rho} \left| \frac{\partial \rho}{\partial D} \right| \Delta D = \frac{2D^2}{(D^2-d^2)} \frac{\Delta D}{D} = 2,46 \times \varepsilon_D = 2,83 \times 10^{-3}. \end{aligned}$$

Теперь можно посчитать относительную ошибку косвенных измерений ρ :

$$\varepsilon_\rho = \sqrt{\varepsilon_{\rho m}^2 + \varepsilon_{\rho h}^2 + \varepsilon_{\rho d}^2 + \varepsilon_{\rho D}^2} = 7,15 \times 10^{-3}.$$

Результаты вычислений показывают, что основной вклад в относительную ошибку косвенных измерений плотности кольца вносит измерение толщины кольца микрометром! Действительно, суммарный вклад остальных измерений составляет: $(\varepsilon_\rho - \varepsilon_h)/\varepsilon_\rho = 9,83 \times 10^{-2}$ или менее 10%.

Задание 2. Простейшие измерения с использованием электронного осциллографа и звукового генератора.

Измерение 1. Наблюдение зависимости напряжения контрольного сигнала от времени.

В используемом осциллографе (С1-1) на клемму «контр. сигнал» подается переменное напряжение $U \approx 2$ В и частотой $v_{\text{г.с.}} = 50$ Гц – пониженное напряжение городской сети ($U_{\text{г.с.}} = 220$ В).

Для наблюдения контрольного напряжения студенты под наблюдением преподавателя или инженера выполняют следующие действия:

- 1) Включите осциллограф.
- 2) Пока прибор «прогревается», поставьте ручки: «синхронизация» в положение «от сети»; «ослабление» - «1:10»; «диапазоны частот» - «выкл».
- 3) В центре экрана появляется светящаяся точка – прибор готов к работе. Если эта точка не появляется или не совпадает с центром сетки экрана, то ручками «ось Y» и «ось X» добейтесь этого. Поставьте ручку «диапазоны частот» в положение «2» - включается генератор развертки и светящаяся точка начинает двигаться горизонтально от левого края экрана к правому за время, периодом развертки - $T_{\text{разв.}}$. Поставьте эту ручку в положение «30» - на экране появляется горизонтальная светящаяся линия.

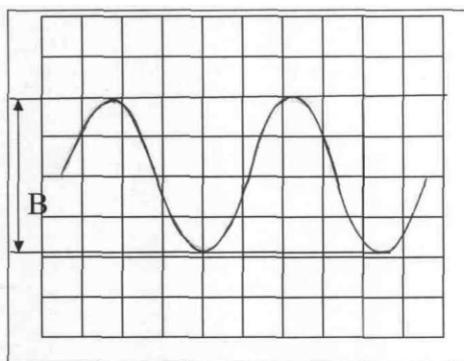


Рис. 1.1.7

- 4) Соедините проводом клемму «контр. сигнал» с клеммой «вход», находящейся ниже первой, и на экране появится изображение сигнала – «синусоида» (рис. 1.1.7). Далее добейтесь ручками: «амплитуда синхронизации», чтобы изображение не двигалось по экрану; «частота плавно», чтобы на экране помещалось не менее 4 – 5 периодов сигнала; «усиление», находящейся ниже ручки «ослабление», чтобы амплитуда сигнала составляла $2 \div 3$ см (см. рис. 1.1.7: для синусоиды $A = B/2$).

Подсчитайте, сколько периодов n переменного напряжения наблюдается на экране. Из рис. 1.1.7 видно, что время развертки $T_{\text{разв.}}$ равно $nT_{\text{г.с.}}$. Зная частоту городской сети, вычислите частоту разверти – $v_{\text{разв.}}$. Вычисления и их результат запишите в тетради.

Не выключая осциллограф, отсоедините провод, соединяющий клемму «контр. сигнал» с клеммой «вход» по оси Y, и приступайте к *измерению 2*.

Измерение 2. Наблюдение формы переменного сигнала от генератора звуковой частоты.

На осциллографе установите ручку «синхронизация» в положение «внутрь». Включите генератор сигналов низкочастотный Г3-118 (далее генератор) и установите на нем ручки: «множитель» в положение «1», частота «Hz» - «50,0», а выходное напряжение «dB» - «20».

Соедините кабелем выход «II» генератора с клеммами входа Y осциллографа. Добившись ручкой осциллографа «амплитуда синхронизация» устойчивой картинки, а его ручкой «усиление» амплитуду сигнала $2 \div 3$ см, получим на экране картинку, имевшуюся в *измерении 1*.

Установите на генераторе произвольную частоту в диапазоне $0,2 \div 2$ кГц и запишите это значение в тетради. Подбирая частоту синхронизации (ручками «диапазоны частоты» и «частота плавно») и амплитуду синхронизации ручкой под тем же названием, получите на экране осциллографа устойчивые картинки, соответствующие одному, двум и пяти периодам исследуемого сигнала. Зная частоту генератора, рассчитайте частоты развертки, необходимые для получения этих устойчивых картинок, и запишите их тетради.

Выключите приборы и отсоедините соединяющий их кабель.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Какими приборами (измерительными инструментами) следует пользоваться при измерении толщины и диаметров кольца?
2. Как создать линейную шкалу нониуса, позволяющий повысить точность измерений с данным масштабом в *n* раз?
3. Какое из прямых измерений в работе дает максимальную относительную погрешность?
4. С какой точностью достаточно измерять массу кольца?
5. Какие виды ошибок измерения Вы знаете?
6. Как находятся абсолютные и относительные ошибки прямых измерений?
7. Какие измерения называются прямыми, а какие косвенными?
8. Как вычисляются относительные ошибки косвенных измерений?
9. Какие требования предъявляются к записи результатов измерений?
10. Какова должна быть точность вычислений и как можно избежать случайных ошибок при вычислениях?
11. Каковы правила выбора масштабов при построении графиков?
12. Какую дополнительную информацию о физическом явлении можно получить из графиков экспериментальных данных?
13. Почему в настоящей работе массу кольца рекомендовано измерять один раз, его линейные размеры не менее трёх?
14. Почему полученная в работе плотность материала кольца не совпадает со значением плотности подобного материала в справочнике?
15. Какова последовательность вычислений косвенных ошибок измерений?
16. Почему ручка «синхронизация» в *измерении 1* ставится в положении «от сети», а в *задании 2* в положение «внутрь».

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.2¹⁾

ИЗУЧЕНИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ АТВУДА

Цель работы: экспериментальное изучение прямолинейного движения, определение мгновенной и средней скорости и мгновенного ускорения движущегося тела.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. I, § 1.1 – 1.7, гл. II, § 2.1 – 2.7.

2. Иродов И.Е., Механика. Основные законы (6-е изд., 2003), гл.1, § 1.1, 1.2, гл. 2, § 2.2 – 2.4.

3. Стрелков С.П. Механика (2001), гл.2, §§16-19, 21.

4. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл. I, II, гл. III, §18, 19.

5. Введение в лабораторный практикум.

Приборы и принадлежности: машина Атвуда, набор грузов.

ВВЕДЕНИЕ

Согласно первому закону Ньютона, в инерциальной системе отсчета материальная точка движется равномерно и прямолинейно, если равнодействующая сил, приложенных к ней, равна нулю, а начальная скорость v_0 отлична от нуля. При изучении прямолинейного движения систему координат удобно выбирать так, чтобы положительное направление одной из осей (например, оси X) совпадало с направлением перемещения (скорости) точки. Скорость такого движения не зависит от времени и равна:

$$v = (x_2 - x_1) / t,$$

где x – координата точки, $x_2 - x_1$ – расстояние, пройденное точкой за время t .

Если равнодействующая всех сил \vec{F}_Σ , приложенных к материальной точке (телу), не равна нулю, то движение точки равнопеременное, то есть с постоянным ускорением \vec{a} (в дальнейшем будет применяться термин «равноускоренное движение», так как в выбранной в работе системе отсчета наблюдается движение с $a > 0$). Уравнение такого движения называется вторым законом Ньютона и имеет вид:

$$\vec{F}_\Sigma = m \vec{a},$$

где m – масса движущейся точки (тела).

Если векторы \vec{F}_Σ и \vec{v}_0 лежат на одной прямой, то движение материальной точки (тела) будет прямолинейным вдоль выбранной ранее оси X.

В этом случае закон движения будет иметь вид: $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$,

мгновенное значение скорости равно: $v = \frac{dx}{dt} = v_0 + at$,

¹⁾ Описание исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

$$\text{а мгновенное значение ускорения равно: } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Если в момент времени $t = 0$ значения $x_0 = v_0 = 0$, то проводя измерения пути, проходимого материальной точкой (x), и промежуток времени (t), в течение которого этот путь пройден можно рассчитать значения скорости и ускорения в конце пути как $v = 2x/t$ и $a = 2x/t^2$, соответственно.

В работе определяются кинематические характеристики (скорость, ускорение) движения пробных тел (грузов) и проверяются динамические соотношения, вытекающие из второго закона Ньютона: зависимость между силой и ускорением при постоянной массе системы. Экспериментальная установка (так называемая машина Атвуда) позволяет получить прямолинейное равномерное и равноускоренное движение грузов.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Движение грузов происходит вдоль вертикальной металлической рейки, на которой крепятся все элементы установки (см. рис. 1.2.1). Рейка снабжена сантиметровыми делениями. На верхнем конце рейки установлен легкий алюминиевый блок, способный вращаться вокруг горизонтальной оси. Через блок перекинута нить, к концам которой подвешены держатели грузов 1 (далее держатели) одинаковой массы. Грузы 2 и съемная шайба 3 выполнены в виде металлических колец с прорезями для крепления на шейках держателей 1.

По всей длине рейки могут передвигаться и фиксироваться на произвольной высоте (с помощью стопорных винтов СВ) две платформы Π_1 и Π_2 . Платформы имеют отверстия, через которые проходит держатель во время движения. Внутри платформ вмонтированы источники света и фотодиоды для управления секундомерами. Проходя через платформу Π_1 , держатель пересекает световой луч, падающий на фотодиод, и отключается первый секундомер, измеряющий время t_1 от начала движения, а второй секундомер отключается в момент прохождения держателя через отверстие платформы Π_2 , измеряя время t_2 от начала движения.

После прохождения держателя платформы Π_2 , груз необходимо поймать руками, чтобы предотвратить разрыв нитей при ударе о ловушку L при остановке грузов.

У основания рейки смонтирован электромагнит \mathcal{E} , фиксирующий начальное положение грузов. Успокоитель U , расположенный в верхней части рейки, служит для гашения колебаний груза перед началом движения (приводится в действие вручную с помощью шнура).

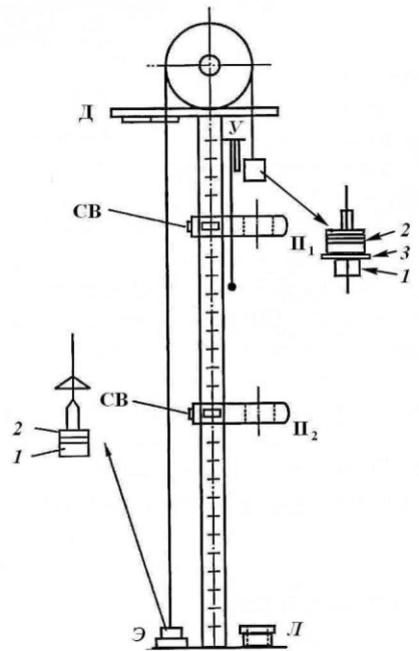


Рис. 1.2.1

Движение системы грузов происходит под действием дополнительных грузов 2, которые располагают на съемной шайбе 3, устанавливаемой на шейке правого держателя груза 1. При этом движение будет равноускоренным. Кроме того, платформа Π_1 имеет специальное устройство, освобождающее проходящий через нее держатель от шайбы с грузами. Дальнейшее движение грузов между платформами Π_1 и Π_2 происходит по инерции равномерно.

Включение установки производится тумблером, расположенным на щитке. При этом включается электромагнит Э, загораются источники света в платформах Π_1 и Π_2 , и зеленая сигнальная лампочка на щитке. Нижний держатель груза (левый на рис. 1.2.1) устанавливают на электромагнит для его фиксации; платформы располагают на нужной высоте. На верхний держатель надевают съемную шайбу с дополнительным грузом и при помощи успокоителя гасят колебания. Пуск установки осуществляется кратковременным нажатием на расположенную на щитке красную кнопку, при этом выключается электромагнит, включается первый секундомер, и система грузов (далее система) приходит в движение.

Для удобства описания движения грузов выберем начало системы отсчета в точке, соответствующей начальному положению основания верхнего груза, а ось X системы координат направим из этой точки вертикально вниз.

Конструкция установки позволяет измерять длину первого участка движения x_1 - расстояние между основанием верхнего груза и серединой платформы Π_1 и длину второго участка x_2 - расстояние между серединами платформ Π_1 и Π_2 , а также время t_1 и (t_2-t_1) прохождения этих участков, соответственно.

Перед выполнением работы выведите и запишите в лабораторной тетради расчетные формулы для вычисления следующих величин:

1) экспериментального значения ускорения a_1 на первом участке движения грузов (начальная скорость движения грузов равна нулю, длина участка x_1 , время движения t_1):

$$a_1 = 2x_1/t_1^2, \quad (1)$$

2) экспериментального значения мгновенной скорости v_{meh} движения грузов в конце первого участка (движение равноускоренное без начальной скорости, длина участка x_1 , время движения t_1):

$$v_{meh} = 2x_1/t_1, \quad (2)$$

3) экспериментального значения скорости v_{ravh} грузов на участке равномерного движения (длина участка x_2 , время движения на этом участке t_2-t_1):

$$v_{ravh} = x_2/(t_2 - t_1), \quad (3)$$

4) теоретического значения ускорения a_{teop} грузов на первом участке пути, зная суммарную массу держателей грузов и самих грузов ($M = m_{np\ dep} + m_{lev\ dep} + m_{np} + m_{lev}$, где $m_{np\ dep} = m_{lev\ dep} = m_{dep}$, то есть $M = 2m_{dep} + m_{np} + m_{lev}$) и ускорение свободного падения g :

$$a_{teop} = \Delta m g/M, \quad (4)$$

где $\Delta m = m_{np} - m_{lev}$.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение ускорения и мгновенной скорости равноускоренного движения.

Измерьте время ускоренного и равномерного движения системы, используя разность масс грузов ($10, 15$ и 20×10^{-3} кг) (масса съемной шайбы 5×10^{-3} кг). Измерения с каждым грузом производите для двух различных расстояний. Рекомендуется выбрать следующие расстояния: $x_1=0,5$ м и 1 м (участок равноускоренного движения), x_2 во всех случаях можно взять равным 0,5 м (участок равномерного движения). После каждого измерения не забывайте стрелки секундомеров устанавливать на нуль.

Вычислите из данных эксперимента мгновенную скорость в конце равноускоренного движения v_{men} , а также скорость равномерного движения v_{ravn} . Для каждой группы измерений (с данным грузом) вычислите среднее ускорение a_{cp} . Найдите абсолютные ошибки измерений и относительные ошибки [5] в определении скорости v и ускорения a для одного выбранного вами измерения (например, для разности масс грузов 15×10^{-3} кг и $x_1=0,5$ м).

Значения $x_1, x_2, t_{1i}, (t_{2i}-t_{1i}), v_{men\ i}, v_{men\ cp}, a_i, a_{cp}, v_{ravn\ i}, v_{ravn\ cp}$ и ε занесите в таблицу 1.

Таблица 1

Разность масс грузов, $\times 10^{-3}$ кг	Равноускоренное движение						Равномерное движение				
	x_1 , м	t_{1i} , с	a_i , $\text{м}/\text{с}^2$	$v_{men\ i}$, м/с	a_{cp} , $\text{м}/\text{с}^2$	$v_{men\ cp}$, м/с	x_2 , м	$t_{2i}-t_{1i}$, с	$v_{ravn\ i}$, м/с	$v_{ravn\ cp}$, м/с	
10	0,5						0,5				
	1,0						0,5				
15	0,5						0,5				
	1,0						0,5				
20	0,5						0,5				
	1,0						0,5				
$\varepsilon, \%$							$\varepsilon, \%$				

Убедитесь, что измерения проведены правильно: средняя мгновенная скорость движения грузов в конце первого участка практически совпадает со средней скоростью равномерного движения на соответствующем втором участке и для каждой разности масс грузов ускорения в соответствующих измерениях практически одинаковы, и переходите к выполнению задания 2.

Задание 2. Определение зависимости ускорения системы грузов постоянной массы от разности масс грузов.

Величину действующей силы при неизменной массе системы грузов можно изменить следующим образом. Грузы кладут как на съемную шайбу на правом держателе 1, так и на шейку левого держателя без шайбы. Перекладывая грузы с шейки левого держателя на съемную шайбу правого, можно менять разность масс грузов, то есть действующую силу, оставляя неизменной массу системы M (см. (4), где $m_{\text{пр дер}} = m_{\text{лев дер}} = 0,14 \text{ кг.}$).

Измерьте время t_1 (не менее 3 раз) ускоренного движения системы для нескольких различных распределений грузов по держателям грузов (4–5 измерений). Расстояние x , рекомендуется выбрать равным 1 м. (Платформу P_2 в этом эксперименте следует расположить на 2–3 см ниже платформы P_1).

Рекомендация: После прохождения платформы P_1 , система грузов, освободившись от масс на правом держателе, начинает быстро останавливаться. Поэтому рекомендуется, после прохождения правого держателя платформы P_2 в момент его остановки, поймать держатель руками и вручную вернуть систему в исходное положение.

Вычислите из данных эксперимента среднее время $t_{1\text{ср}}$ и ускорение $a_{\text{эксп}}$. Постройте график зависимости ускорения $a_{\text{эксп}}$ от величины $\Delta m/M$, где Δm – разность масс грузов, расположенных на левом и правом держателях, а M – масса системы (см. объяснение обозначений формулы (4)). Вычислите и нанесите на тот же график теоретическую зависимость $a_{\text{теор}}$.

Значения x_1 , $t_{1\text{ср}}$, Δm , $a_{\text{эксп}}$, $a_{\text{теор}}$ и M занесите в таблицу 2 и рассчитайте систематическую (приборную) и случайную относительную ошибки (см. [5]) в определении $t_{1\text{ср}}$ для 1-й и 5-й разности масс грузов и запишите их в тетради.

Таблица 2

№	Масса правого груза, $\times 10^{-3} \text{ кг}$	Масса левого груза, $\times 10^{-3} \text{ кг}$	$\Delta m/M$	$t_{1\text{ср}}, \text{с}$	$a_{\text{эксп}}, \text{м/с}^2$	$a_{\text{теор}}, \text{м/с}^2$
1.	45	40				
2.	45+5=50	40-5=35				
3.	50+5=55	35-5=30				
4.	55+5=60	30-5=25				
5.	60+5=65	25-5=20				

$$1\text{-й: } \varepsilon_{\text{систем}}(t_{1\text{ср}}) = \underline{\hspace{2cm}}\% ; \quad \varepsilon_{\text{случай}}(t_{1\text{ср}}) = \underline{\hspace{2cm}}\% .$$

$$5\text{-й: } \varepsilon_{\text{систем}}(t_{1\text{ср}}) = \underline{\hspace{2cm}}\% ; \quad \varepsilon_{\text{случай}}(t_{1\text{ср}}) = \underline{\hspace{2cm}}\% .$$

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Получите расчетную формулу для v_{men} в задании 1.
2. Запишите уравнение движения для движущихся тел системы (см. задачу 4.58 в «Механика. Задачи и решения/ А.Б. Казанцева, М.С. Каменецкая, В.Н.Александров и др. – М. КолосС, 2005).
3. Определите силу натяжения нити, связывающей грузы, и силу давления на ось блока при равномерном и ускоренном движении системы. Получите расчетные формулы (без учета массы блока).
4. Получите расчетную формулу для определения силы давления груза на держатель груза.
5. Постройте графики зависимости координаты, скорости и ускорения центра масс системы грузов от времени на участках равноускоренного и равномерного движений.
6. Как оценить случайную ошибку в измерении ускорения a (задание 2)? Случайная или систематическая ошибка определяет точность измерения a ?
7. Можно ли говорить о равномерном движении, если величина скорости остается постоянной?
8. Как вычислить с помощью графика зависимости ускорения a_{eksp} от $\Delta m/M$ ускорение свободного падения?
9. Почему величины скорости и ускорения правого и левого грузов машины Атвуда в любой момент времени одинаковы?
10. Как рассчитать натяжение нитей при движении грузов машины Атвуда на участке X_1 и на участке X_2 ?
11. Объясните расхождение зависимостей a_{eksp} и a_{teor} от величин $\Delta m/M$.
12. Как рассчитать ускорение тела, соскальзывающего с наклонной плоскости, если а) трение отсутствует; б) коэффициент трения равен k ?
13. Как изменится сила давления пассажира на пол лифта, если лифт начнет: а) подниматься с ускорением; б) опускаться с ускорением; в) тормозиться после равномерного подъема; г) тормозиться после равномерного спуска?
14. Сравните и объясните результаты вычислений относительных ошибок измерений.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.3¹⁾

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ПУЛИ

Цель работы: изучение кинематического и динамического методов измерения больших скоростей.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. 1, § 1.1 – 1.6, гл. II, § 2.1 – 2.9, гл. IV, § 4.5.

2. Иродов И.Е., Механика. Основные законы (6-е изд., 2003), гл. III, § 3.1. – 3.3, гл. IV, § 4.1.– 4.6.

3. Савельев И.В. Курс общей физики в 5 томах, т. 1, Механика (5-е изд., 2011), гл.1, §1.5, гл. 2, гл. 3, § 3.1 – 3.7, 3.10, 3.11.

4. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: пневматическое ружье, пули, линейка, бумажные диски, электродвигатель, баллистический маятник.

ВВЕДЕНИЕ

В работе используются два метода измерения скорости полета пули: кинематический и динамический.

Кинематический метод (см. рис. 1.3.1) основан на том, что за время t , в течение которого пуля пролетает известное расстояние d между равномерно вращающимися бумажными дисками, они поворачиваются на угол φ . На рис. 1.3.1 A и A' – точки, в которых пуля пробила бы диски, если бы они были

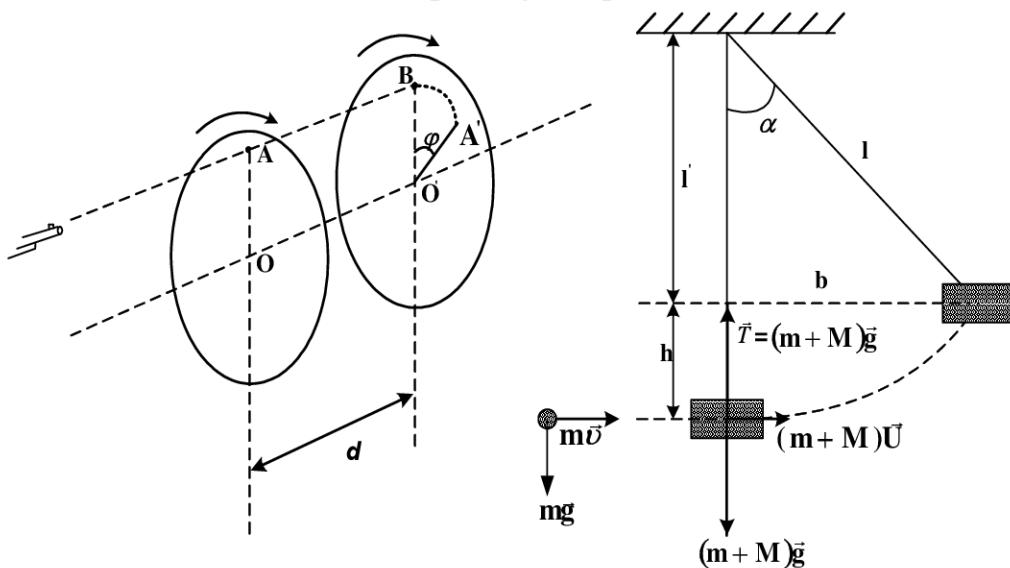


Рис. 1.3.1

Рис. 1.3.2

неподвижны. В случае вращающихся дисков пуля пробивает второй диск в точке B . Тогда, записав соответствующие кинематические соотношения для движения пули между дисками и вращения дисков, легко получить, что

¹⁾ Описание исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

скорость пули v находит по формуле $v = \omega d/\varphi$, где ω – угловая скорость вращения дисков.

В **динамическом** методе скорость пули определяется по отклонению маятника b после неупругого столкновения его с летящей пулой (см. рис. 1.3.2), причем считается, что $b \ll l$. Этот метод позволяет с помощью законов сохранения импульса и энергии рассчитать скорость пули. Рассмотрим момент соударения пули с массивным маятником. Рассматриваемая система тел не является замкнутой, так как на нее действуют внешние силы: силы тяжести пули и маятника и сила натяжения нити маятника, пренебречь которыми нельзя. Однако в момент соударения проекции этих сил на горизонтальную ось равны нулю, следовательно, сохраняется проекция механического импульса на горизонтальную ось ОХ – направление полета пули. Поэтому, записав для пули и системы «пуля + маятник» закон сохранения импульса вдоль оси ОХ (см. рис. 1.3.2) и учитывая, что масса маятника M много больше массы пули m ($M \gg m$), можно получить, что скорость системы и после удара равна:

$$u = m v / (M + m) \approx m v / M, \quad (1)$$

где v – скорость пули до удара.

После удара пули маятник, получив скорость u , отклонился на угол α (см. рис. 1.3.2). Пренебрегая потерями энергии на сопротивление воздуха, можно записать закон сохранения механической энергии для системы «пуля + маятник» после удара и найти высоту h , на которую поднялся центр масс системы:

$$h = u^2 / 2g. \quad (2)$$

Так как по условию эксперимента $b \ll l$, то высота равна:

$$h = l - l' = l - \sqrt{l^2 - b^2} = l(1 - \sqrt{1 - b^2/l^2}) \cong b^2 / 2l. \quad (3)$$

Из (1) – (3) получаем:

$$v = (bM / m) \sqrt{g / l}. \quad (4)$$

Удар пули о маятник неупругий, поскольку значительная часть кинетической энергии летящей пули после соударения с маятником переходит во внутреннюю энергию системы (расходуется на неупругую деформацию маятника и пули и т.п.).

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Кинематический метод. На пути движения пули устанавливаются два бумажных диска, закрепленных на оси, параллельной направлению движения пули (см. рис. 1.3.1). Расстояние между дисками фиксировано. Диски приводятся во вращение электродвигателем. После выстрела электродвигатель выключается, бумажные диски снимаются и накладываются друг на друга на специальный столик с крепящим устройством, таким же, как и на оси электродвигателя. На верхнем диске

проводятся линии, соединяющие центр диска с пробитыми пулей дырочками на первом и втором диске. Полученный угол φ измеряется транспортиром.

Динамический метод. На пути движения пули устанавливается массивный маятник, подвешенный на длинных нитях (см. рис. 1.3.2). Центральная часть маятника заполнена пластилином. Летящая пуля, врезаясь в маятник, застревает в пластилине, передавая маятнику свой импульс. Отклонение маятника b по горизонтали отсчитывается по шкале (на рис. 1.3.2 шкала не показана).

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Приготовьте два бумажных диска, напишите на них номера 1 и 2 и закрепите их на оси двигателя так, чтобы обозначенные стороны были обращены к стволу ружья.

Запишите в тетрадь паспортные данные установки: частоту вращения двигателя n (об/мин), расстояние между дисками d , длину l и массу маятника M и ошибки их измерения. Взвесьте пушку, пересчитайте n в ω и запишите в тетрадь как результаты, так и ошибки измерения m и вычисления ω .

2. Закрепите бумажные диски на оси установки и зарядите ружье.

Указание. Ружье заряжайте и стреляйте из него только в присутствии преподавателя или инженера!

3. Включите двигатель, вращающий диски. Произведя выстрел, визуально зафиксируйте максимальное отклонение маятника b по шкале и запишите это значение в тетрадь. Выключите двигатель. Снимите бумажные диски и измерьте угол поворота диска φ и запишите это значение в тетрадь.

4. Рассчитайте скорость пули кинематическим методом. Данные измерений и вычислений внесите в таблицу 1. Рассчитайте относительную ошибку ε [4] определения скорости пули кинематическим методом.

Таблица 1

d , м	n , об/мин	ω , рад/с	φ , рад	v_k , м/с	ε , %

5. Рассчитайте скорость пули динамическим методом. Данные измерений и вычислений внесите в таблицу 2. Рассчитайте относительную ошибку ε [4] определения скорости пули динамическим методом.

Таблица 2

M , кг	l , м	m , кг	b , м	v_d , м/с	ε , %

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Как можно объяснить расхождение в значениях скорости пули, полученных из данных кинематического и динамического методов?

2. Как рассчитать изменение внутренней энергии системы «маятник–пуля» при неупругом ударе?
3. Как изменятся результаты эксперимента, если пуля влетает в маятник под некоторым углом β к горизонту?
4. Чему равно натяжение нитей маятника до удара пули и непосредственно после удара?
5. Как направлено и чему равно ускорение материальной точки при ее движении по окружности с постоянной по величине скоростью? Является ли это движение равномерным или равноускоренным?
6. Можно ли считать равноускоренными движениями:
 - а) падение куска мела со стола?
 - б) падение листа с дерева на землю?
 - в) полет парашютиста до раскрытия парашюта?
 - г) полет парашютиста после раскрытия парашюта?
 - д) полет спутника по круговой орбите?
7. Какую скорость – среднюю или мгновенную – вы определяете с помощью установки лабораторной работы № 1.3 кинематическим методом и динамическим методом?
8. Как рассчитать, на какую максимальную высоту поднимется тело, брошенное вертикально вверх со скоростью v_0 ? Через какое время оно вернется обратно?
9. Является ли система «пуля – маятник» замкнутой? Как рассчитать скорость маятника после попадания в него пули?
10. Сохраняется ли механическая энергия системы «пуля – маятник» при ударе пули о маятник?
11. Рассчитайте, какая доля кинетической энергии пули переходит во внутреннюю энергию пули и маятника при их соударении.
12. Сравните величины скорости пули v_k и v_d и укажите возможные причины расхождения результатов.
13. Выведите формулы для оценки погрешности определения скорости пули кинематическим и динамическим методами.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.4¹⁾

СЛОЖЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: определение амплитуды и фазы колебательного движения тела, участвующего в двух колебаниях одного направления; изучение формы траектории материальной точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях; определение разности фаз складываемых колебаний из вида траектории результирующего движения.

- Литература:*
1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. 1, § 1.8 – 1.10, гл. VIII, § 1.1 – 8.8.
 2. Иродов И.Е., Механика. Основные законы (6-е изд., 2003), гл. VI, § 6.1.
 3. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл. VI, § 39.
 4. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: песочный маятник, секундомер, линейка, лист бумаги, песок, осциллограф, два звуковых генератора, электрическая цепь, источник пониженного напряжения городской сети.

ВВЕДЕНИЕ

В работе изучается траектория движения и зависимость координаты от времени тела, участвующего одновременно в нескольких колебательных движениях, совершающихся либо вдоль одной прямой, либо во взаимно перпендикулярных направлениях.

1. Сложение гармонических колебаний, совпадающих по частоте и направленных по одной прямой. В этом случае два гармонических колебания различаются амплитудой и начальной фазой:

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t) \quad \text{и} \quad x_2 = a_2 \cos(\omega t + \varphi),$$

а закон движения точки имеет вид:

$$x = x_1 + x_2 = a_1 \cos(\omega t) + a_2 \cos(\omega t + \varphi) = a \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos\varphi}$ и $\tan\varphi_0 = \frac{a_2 \sin\varphi}{a_1 + a_2 \cos\varphi}$.

2. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний.

Траектория движения материальной точки, участвующей в двух колебаниях одинаковой частоты ($x = x_m \cos(\omega t)$, $y = y_m \cos(\omega t + \varphi)$), происходящих вдоль взаимно перпендикулярных координатных осей, описывается уравнением:

$$\frac{x^2}{x_m^2} + \frac{y^2}{y_m^2} - \frac{2xy}{x_m y_m} \cos\varphi = \sin^2 \varphi. \quad (3)$$

Материальная точка в этом случае движется по эллипсу, главные оси которого не совпадают с осями координат (рис. 1.4.1). Как видно из рисунка, траектория

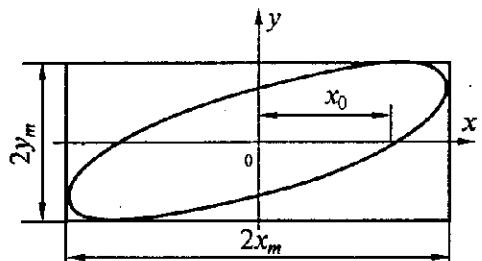


Рис. 1.4.1

¹⁾ Описание исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

точки заключена внутри прямоугольника, стороны которого параллельны осям координат и равны соответственно $2x_m$ и $2y_m$, а центр совпадает с началом координат (положение равновесия колеблющейся точки); разность фаз слагаемых колебаний определяется формулой $\sin\varphi = x_0/x_m$, где x_0 – значение координаты x при $y=0$.

Если отношение частот слагаемых колебаний равно целому числу (1, 2, ...), то траектории движения являются замкнутыми линиями и носят название фигур Лиссажу. Вид этих фигур зависит от отношений ω_1/ω_2 , x_m/y_m и начальной разности фаз φ колебаний, частный случай которых эллипс приведен на Рис.1.4.1.

Изучение траектории движения тела, участвующего одновременно в двух колебательных движениях, в работе проводится как на электрической модели, при наблюдении движения следа электронного луча на экране осциллографа, так и на механической модели (движение песочного маятника).

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

1. На рисунке 1.4.2 приведена электрическая схема для изучения сложения гармонических колебаний одного направления, состоящая из последовательно соединенных двух сопротивлений (1) и (3) и конденсатора (2). Пониженное напряжение городской сети подается от источника (на рис. не приведен) на клеммы AC электрической цепи. Разности потенциалов между точками AB , BC , AC меняются по гармоническому закону:

$$U_{AB} = U_1 \cos(\omega t); U_{BC} = U_2 \cos(\omega t + \varphi); U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = U_1 \cos(\omega t) + U_2 \cos(\omega t + \varphi).$$

Разность фаз φ возникает из-за наличия емкости на участке BC .

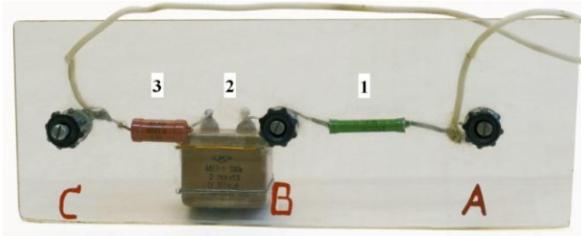


Рис. 1.4.2



Рис.1.4.3



Рис.1.4.4

Если вертикальный вход осциллографа (вход Y : клеммы (15) и (16) на рис. 1.4.4) подключать попеременно к участкам цепи AB , BC и AC , то вер-

тикальное смещение луча на экране осциллографа будет пропорционально соответственно разности потенциалов U_{AB} , U_{BC} , $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$, и на экране будут наблюдаться соответствующие синусоиды. Благодаря специальной электронной схеме в осциллографе, называемой «блоком синхронизации развертки», на экране эти синусоиды будут неподвижными. Но будет наблюдаваться смещение синусоид по горизонтальной оси X , что будет соответствовать сдвигу фаз между ними, который может быть рассчитан с учетом того, что за период сдвиг фаз составляет 2π радиан.

2. Если два гармонических электрических сигнала подать от двух генераторов (см. рис. 1.4.3) на горизонтальный (X) и вертикальный (Y) входы осциллографа, то на экране трубы ((1) рис. 1.4.4) можно наблюдать фигуры Лиссажу, одна из которых приведена на рис. 1.4.1. Для их наблюдения выход одного генератора подключают к входу X осциллографа, а другого – к его входу Y . Изменяя частоту и амплитуду сигналов генераторов, на экране осциллографа наблюдают различные фигуры Лиссажу.

3. Для наблюдения траектории результирующего колебания при сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний можно использовать механическую установку, основным элементом которой является песочный маятник.

Песочный маятник – массивное тело с воронкой для песка, подвешенное на двух нитях к раме (рис. 1.4.3). Приближенно такой маятник можно считать математическим, способным колебаться в направлении, перпендикулярном плоскости (рамы), в которой расположены нити подвеса в состоянии равновесия. Длина нитей регулируется с помощью винта K .

Для получения колебаний маятника в плоскости нитей последние соединяются муфтой в точке C . Муфту можно перемещать по высоте, изменяя таким образом период колебаний маятника. В воронку маятника помещается песок, который через узкое отверстие в дне воронки может высыпаться на подложенную под маятник бумагу.

Если сообщить маятнику колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях, то высыпающийся песок образует на листе бумаги след - кривую, соответствующую траектории движения маятника.

Изменяя соотношение периодов складываемых колебаний, можно наблюдать различные фигуры Лиссажу.

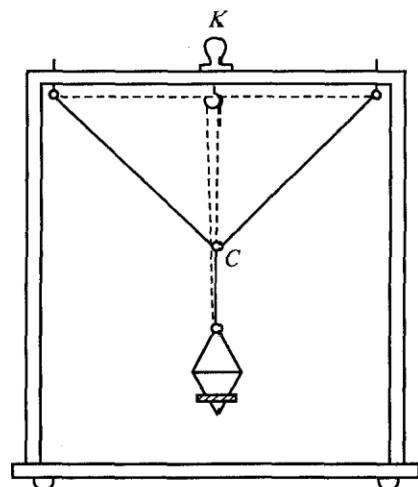


Рис.1.4.5

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Сложение гармонических колебаний, одинаковых по частоте и направлению.

Подсоедините провода электрической схемы (рис. 1.4.2) к клеммам источника пониженного напряжения городской сети.

Соедините вертикальный вход («Y») осциллографа (клеммы (15) и (16) на рис. 1.4.4) с участком цепи *AB* (точка *A* соединяется с клеммой «земля» осциллографа (15)). Ручку «синхронизация» (6) поставьте в положении «от сети». Ручками «диапазоны частот» (11), «частота плавно» (12) и «амплитуда синхронизации» (13) установите на экране осциллографа устойчивую картину, соответствующую одному периоду колебаний (рис. 1.4.5). Подберите положение ручек «усиление» по входам X (9) и Y (14) таким образом, чтобы амплитуда смещения электронного луча на экране осциллографа не превышала 3 см. При всех дальнейших измерениях положения всех ручек на панели должны оставаться неизменными. Зарисуйте полученную кривую на кальке, отметив положение горизонтальной и вертикальной осей по координатной сетке экрана осциллографа.

Соедините далее вход Y осциллографа с участком цепи *BC* (клемму *B* соедините с клеммой «земля» (15) осциллографа). Зарисуйте на той же кальке вторую кривую, не смещаая положения горизонтальной и вертикальной осей относительно координатной сетки осциллографа. По смещению максимума второй кривой вдоль горизонтальной оси вычислите сдвиг фазы второго колебания относительно первого. Измерьте амплитуды обоих колебаний (в см). Постройте векторную диаграмму и найдите амплитуду и начальную фазу суммарного колебания. Для проверки этого результата соедините вход Y осциллографа с участком цепи *AC* (клемму *A* соедините с клеммой «земля» (15)). Зарисуйте на кальке третью синусоиду. Измерьте амплитуду этого суммарного колебания и вычислите сдвиг его фазы относительно первого колебания. Сравните полученные значения с рассчитанными по векторной диаграмме. Данные измерений и вычислений амплитуд и фаз колебаний внесите в таблицу.

Отключите схему (рис. 1.4.2) от источника тока и осциллографа.

Задание 2. Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний с помощью осциллографа.

Включите два звуковых генератора. Отключите блок синхронизации развертки осциллографа, поставив переключатель (6) в положение «выкл.», и в центре его экрана должна появиться светящаяся точка. С помощью кабеля подайте на его вход X напряжение от звукового генератора 1 (разъем (8) на рис. 1.4.3) на частоте ≈ 200 Гц (частота регулируется ручками (3), (4), (5) и (11) на рис. 1.4.3). На экране осциллографа должна появиться горизонтальная линия. Ручками (9) генератора и осциллографа добейтесь того, чтобы длина этой линии составляла 6 – 7 см. Временно отключите осциллограф от генератора 1 (отключив провод кабеля от клеммы (7) осциллографа) и другим кабелем подайте на его вход Y напряжение от звукового генератора 2 на частоте ≈ 200 Гц. На экране осциллографа должна

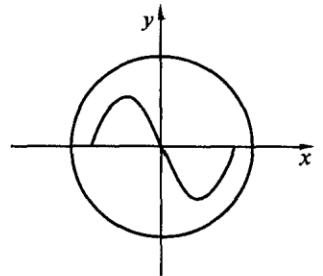


Рис.1.4.5

появиться вертикальная линия. Ручками (9) генератора и (14) и (17) осциллографа добейтесь того, чтобы длина этой линии составляла 6 – 7 см. Подключите кабель от генератора 1 к входу X осциллографа. Плавно изменяя частоту выходного напряжения звукового генератора 2, получите на экране осциллографа фигуры, соответствующие отношениям частот слагаемых колебаний: 1:1, 1:2, 2:1, 1:3 и 2:3. Зарисуйте наблюдаемые фигуры.

Задание 3. Наблюдение траектории движения песочного маятника при колебаниях во взаимно перпендикулярных направлениях.

Поднимите муфту на нитях маятника и закрепите ее на крючке перекладины (при этом периоды слагаемых колебаний будут одинаковы). С помощью секундомера определите период колебаний маятника T . Положите на основание рамы лист бумаги, отметьте на нем проекцию неподвижного маятника и через эту точку проведите оси координат (в плоскости рамы и перпендикулярно к ней). Отведите маятник в сторону в произвольном направлении и отпустите, сообщив ему небольшой дополнительный импульс в направлении x или y . Не рекомендуется поднимать воронку над основанием рамы выше чем на 2 – 3 см.

Получите на листе бумаги траекторию результирующего движения за один период. Обведите карандашом полученную кривую, определите амплитуды, разность фаз и запишите уравнения слагаемых колебаний. Данные измерений и вычислений T , x_m , y_m и φ занесите в таблицу 1.

Таблица 1

Направление колебания	T , с	Амплитуда, м	Разность фаз φ , рад	Уравнение колебаний
x				
y				

Рассчитайте, при каком соотношении длин маятников отношение периодов их колебаний будет равно 2. Поместите муфту на нитях в положение, удовлетворяющее найденному условию. Проверьте правильность выбранного положения муфты непосредственным измерением периодов колебаний маятника в плоскости рамы T_1 и в направлении, перпендикулярном плоскости рамы, T_2 . Данные измерений и вычислений l_1 , l_2 , T_1 , T_2 занесите в таблицу 2.

Таблица 2

Колебания в плоскости рамы		Колебания в плоскости, перпендикулярной раме.	
Длина маятника l_1 , м	T_1 , с	Длина маятника l_2 , м	T_2 , с

Отклонив маятник в сторону, приведите его в движение, сообщив первоначальный толчок в первом случае в направлении оси X , а во втором

случае в направлении оси Y. Зарисуйте фигуры, образованные песком на листе бумаги за один период.

Все рисунки, полученные в процессе выполнения работы, сохраните в протоколе работы для защиты полученных результатов.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Выведите формулы (1) и (2) при помощи метода векторных диаграмм и прямым расчетом.

2. Можно ли при выполнении задания 1 поставить ручку «синхронизация» на панели осциллографа в положение «внутр.»?

3. Выведите уравнение траектории движения материальной точки (3), совершающей колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях, если $\omega_1/\omega_2=1$ и разность фаз колебаний φ . Рассмотрите частные случаи $\varphi=0$, $\varphi=\pi/2$.

4. По результатам выполнения задания 3 определите кинематические параметры движения воронки по эллиптической траектории: скорость, нормальное и тангенциальное ускорения, полное ускорение, радиус кривизны в различных точках траектории. Запишите уравнение траектории в параметрическом виде.

5. Как по виду фигур Лиссажу определить соотношение частот слагаемых колебаний?

6. Выведите уравнение траектории точки, совершающей колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях, если $\omega_1/\omega_2=1$ и $\varphi=0$.

7. Вычислите относительную ошибку косвенных измерений φ (см. В4 в [4] и пример в работе 1.1) в задании 3.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.8¹⁾

ИЗУЧЕНИЕ КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ КАЧЕНИЯ ШАРА

Цель работы: экспериментальное определение траектории движения и момента инерции металлического шарика при движении его по наклонной плоскости в поле тяжести.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. 5, §5.1–5.6, гл. 10, § 10.1.

2. Савельев И.В. Курс общей физики в 5 томах, т. 1, Механика (5-е изд., 2011), гл.1, §1.1–1.7, гл. 5.

3. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл.1 § 2–4, гл. III §19 гл. V, § 30–36, гл. VI §39-42, гл. VII §44-48.

4. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: специальная установка, стальной шарик, миллиметровая бумага, копировальная бумага, весы.

ВВЕДЕНИЕ

Движение центра твердого тела в поле постоянной силы является равноускоренным. В общем случае, когда телу была сообщена начальная скорость под некоторым углом к ускорению, траектория равноускоренного движения представляет собой параболу. Если поперечная к ускорению составляющая начальной скорости равна нулю, то парабола вырождается в прямую линию.

Рассмотрим движение тела в декартовых координатах X и Y на плоскости. Пусть составляющие начальной скорости v_{0x} , $v_{0y} > 0$, а ускорение $a = a_y < 0$. Траектория, которую описывает в пространстве центр масс в этом случае, является параболой, линия симметрии которой параллельна оси Y (рис. 1.8.1). Координаты центра масс тела изменяются по закону:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}, \quad x = x_0 + v_{0x}t,$$

где x_0 , y_0 - координаты начальной точки.

Прямая OA на рис. 1.8.1 соответствует траектории движения центра масс тела в отсутствие постоянной силы ($a_y=0$). Отрезки Z_i определяются разностью $y_0+v_{0y}t-y$ и равны $a_y t^2/2$. Поэтому график $z(t^2)$ есть прямая линия (см. В7 в [4]), из наклона которой к оси абсцисс можно вычислить ускорение a_y . Мгновенный радиус кривизны траектории R_{kp} определяется мгновенными

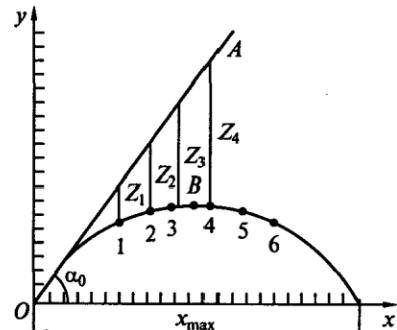


Рис.1.8.1

¹⁾ Описание исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

значениями нормального ускорения a_n и мгновенной скорости v тела в этой точке траектории: $R_{kp} = v^2/a_n$.

Движение твердого тела в поле постоянной силы можно осуществить, заставляя шарик катиться по наклонной плоскости (рис. 1.8.2). При этом вдоль плоскости действует сила $F_y = mg \sin \varphi$, приложенная к центру масс (φ - угол наклона плоскости к горизонту), и сила трения сцепления F_t , приложенная в точке соприкосновения шарика с плоскостью. Если шарик катится без скольжения, то соблюдаются следующие соотношения:

$$a_y = \alpha r \quad \text{и} \quad I_1 \alpha = m g r \sin \varphi,$$

где a_y - ускорение поступательного движения центра масс шарика; r - радиус шарика; α - угловое ускорение вращательного движения; I_1 - момент инерции шарика относительно мгновенной оси вращения, проходящей через точку касания шарика с наклонной плоскостью.

Из второго уравнения, при известных значениях ускорения поступательного движения центра масс шарика a_y , его массы и радиусе, можно определить его момент инерции относительно мгновенной оси:

$$I_1 = m r^2 g \sin \varphi / a_y.$$

В первой части работы определяются кинематические характеристики движения центра масс металлического шарика, катящегося по наклонной плоскости. Во второй части - по определенному ранее значению ускорения a_y рассчитывается момент инерции шарика и сравнивается с его теоретическим значением.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка (рис. 1.8.3) позволяет получить траекторию движения металлического шарика по наклонной плоскости, а также измерить промежутки времени, в течение которого шарик передвигается от начальной к произвольно выбранной точке траектории.

Рабочая поверхность установки 1 ограничена планками 6, 7, 8, 14. Миллиметровая бумага помещается на рабочей поверхности установки и прижимается откидной планкой 6. Подвижную планку 8 можно передвигать вдоль рабочей поверхности установки и фиксировать в нужном положении стопором 13. Металлический желоб 2 имеет в верхней части держатель 3, на котором устанавливается шарик. С помощью зажимов 4 держатель можно передвигать по желобу, устанавливая шарик на нужной

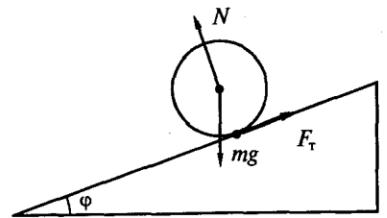


Рис.1.8.2

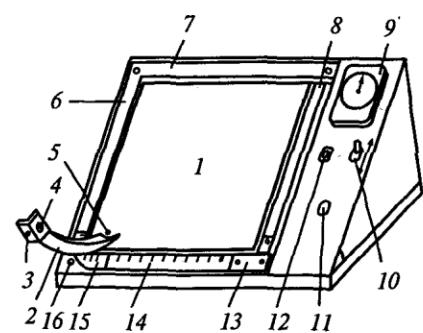


Рис.1.8.3

высоте. Желоб можно вращать вокруг оси, перпендикулярной рабочей поверхности. Нужное положение желоба фиксируется стопором 16. Транспортир 15 служит для ориентировочного определения направления начальной скорости шарика. Питание установки осуществляется от городской электрической сети с напряжением 220 В. При положении тумблера 10 «Вкл» на панели установки зажигается сигнальная лампочка 12. Пуск шарика осуществляется кнопкой 11. При контакте шарика с рабочей поверхностью установки замыкается контакт 5 и включается электрический секундомер 9, отсчитывающий время движения шарика по рабочей поверхности установки. Описывая параболическую траекторию, шарик ударяется о планку 8 или 14. При этом замыкается контакт, вмонтированный в эти планки, и останавливается секундомер.

После нескольких прикидочных пусков шарика миллиметровая бумага, расположенная на рабочей поверхности установки, покрывается копировальной бумагой. Затем осуществляется 10 рабочих пусков шарика, и на миллиметровой бумаге остается след траектории движения шарика.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение траектории и ускорения центра масс шарика при его движении по наклонной плоскости.

Получите на миллиметровой бумаге траекторию движения шарика. Выберите на траектории 6 точек. Измерьте для каждой из этих точек координаты y_i , время t_i (подвижная планка (8) в этих измерениях устанавливается вблизи выбранной точки траектории), отрезки $v_{0y}t_i$, а также угол наклона α касательной к траектории в начальной точке. Из этих измерений вычислите средние значения скоростей v_{0x} , v_{0y} и v_0 , также координаты $z_i = v_{0y}t_i - y_i$. Постройте график в координатах $[t^2, z_i]$ (см. В7 в [4]) и определите ускорение движения шарика a_y . Вычислите радиусы кривизны R_{kp} траектории в точках О и В (см. рис 1.8.2) и относительную ошибку их измерения $\varepsilon_{\text{отн}}$ (см. В4 в [4]). Значения $x, y, z, t, v_0, v_{0x}, v_{0y}, \alpha_y, R_{kp}$ и $\varepsilon_{\text{отн}}$ внесите в таблицу 1.

Таблица 1

№	$x_i, \text{мм}$	$y_i, \text{мм}$	$z_i, \text{мм}$	$t_i, \text{с}$	$v_0, \text{мм с}^{-1}$	$v_{0x}, \text{мм с}^{-1}$	$v_{0y}, \text{мм с}^{-1}$	$a_y, \text{мм с}^{-2}$
1								
2								
3								
4								
5								
6								
R_{kp} (в точке О)=_____ мм; $\varepsilon_{\text{отн}} = _____ \%$					R_{kp} (в точке В)=_____ мм; $\varepsilon_{\text{отн}} = _____ \%$			

Задание 2. Определение момента инерции шарика относительно мгновенной оси и оси, проходящей через его центр масс.

Измерьте массу и радиус шарика и угол наклона рабочей поверхности к горизонту. Пользуясь значением a_y , полученным при выполнении задания 1, вычислите момент инерции шарика относительно мгновенной оси вращения I_1 , и оси, проходящей через его центр масс I_0 . Рассчитайте теоретические значения I_1 и I_0 . Данные вычислений I_1 , I_0 , и относительные ошибки их косвенных измерения $\varepsilon_{\text{отн}}$ (см. В4 в [4]) внесите в таблицу 2.

Таблица 2

Момент инерции шарика относительно мгновенной оси вращения I_1		Момент инерции шарика относительно оси вращения, проходящей через его центр масс I_0	
Эксперимент	Теория	Эксперимент	Теория
$\varepsilon_{\text{отн}} = \text{_____} \%$		$\varepsilon_{\text{отн}} = \text{_____} \%$	

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

- Докажите, что в общем случае центр масс твердого тела, движущегося в поле постоянной силы, описывает параболу. Получите уравнение траектории движения центра масс твердого тела, брошенного под углом к горизонту.
- Получите формулу для вычисления ускорения центра масс твердого тела по известным значениям максимальной высоты и времени подъема.
- Получите формулы для вычисления мгновенного радиуса кривизны траектории движения центра масс шарика для начальной точки O и в точке максимального подъема B .
- Докажите, что при постоянном значении модуля начальной скорости существуют две траектории (навесная и настильная), имеющие одинаковые значения координаты x при $y = 0$. Докажите, что в этом случае имеет место соотношение: $\alpha'_0 = 90 - \alpha_0$, где α'_0 и α_0 - углы наклона касательной в точке O к оси x для настильной и навесной траекторий движения, соответственно.
- Получите формулу для ускорения движения центра масс шарика при скатывании его по наклонной плоскости, используя закон сохранения энергии. Объясните, почему при этом работа силы трения сцепления не учитывается.
- Влияет ли сила трения качения на полученные вами результаты? Ответ обоснуйте, проделав необходимые расчеты.
- Вычислите момент инерции простейших тел: кольца, диска, шара и палочки.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.9¹⁾

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: исследование свойств физического маятника и экспериментальное определение ускорения свободного падения.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. 5, §5.6, гл. 6.

2. Савельев И.В. Курс общей физики в 5 томах, т. 1, Механика (5-е изд., 2011), гл. 8 §8.1–8.6.

3. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл. VI §39-41.

4. Введение в физической практикум.

Приборы и принадлежности: физический маятник, секундомер, линейка.

ВВЕДЕНИЕ

Физическим маятником называется твердое тело, которое может качаться относительно неподвижной горизонтальной оси. Положение тела в каждый момент времени можно характеризовать углом отклонения α от положения равновесия (вертикали). И в соответствии с уравнением динамики вращательного движения твердого тела момент M возвращающей силы можно записать в виде:

$$M = I\ddot{\varphi} = F_t a = -mga \sin \varphi \approx -mga\varphi, \quad (1)$$

где I - момент инерции маятника относительно оси; a - расстояние от оси до центра масс маятника; $F_t = -mgsin\varphi \approx -mg\varphi$ - возвращающая сила (знак минус обусловлен тем, что момент M и препятствует возрастанию угла φ).

Соотношение (1) можно записать в виде:

$$I\ddot{\varphi} + mga\varphi = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{\varphi} + \frac{mga}{I}\varphi = 0.$$

Обозначая $\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{I}}$, получим уравнение:

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0.$$

Решение этого уравнения известно и имеет вид:

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha).$$

Из последнего выражения следует, что при малых колебаниях

¹⁾ Описание исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

физический маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой ω_0 и периодом:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{np}}{g}}, \quad (2)$$

где $l_{np} = I/ma$ - называют приведенной длиной физического маятника.

Используя теорему Штейнера, можно получить:

$$I = I_0 + ma^2,$$

где I_0 - момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр масс маятника и параллельной оси подвеса, а a - расстояние от оси подвеса до центра масс маятника, m - его масса.

Тогда приведенная длина физического маятника равна:

$$l_{np} = a + I_0/(ma). \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получим:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ma^2}{mga}} \quad (4)$$

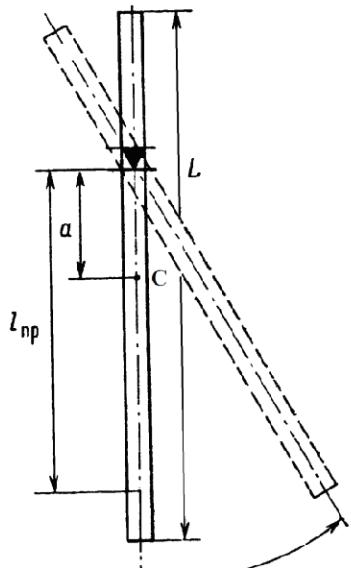


Рис. 1.9.1

Из полученного соотношения (4) следует, что измерив T и a физического маятника и зная математическую зависимость момента инерции используемого тела от его массы и геометрических размеров, можно найти ускорение свободного падения g . Этим измерениям посвящена настоящая работа.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Физический маятник, используемый в эксперименте (рис. 1.9.1), представляет собой однородный металлический стержень длиной L , на котором нанесены сантиметровые деления. По стержню может передвигаться опорная призма. Положение центра масс стержня находится из условия равновесия стержня на опорной призме (рис. 1.9.2). Необходимые в работе линейные размеры стержня измеряются соответствующими измерительными инструментами.

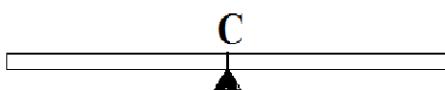


Рис. 1.9.2

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание. Определение ускорения свободного падения g с помощью физического маятника.

В эксперименте измеряются периоды колебаний маятника при перемещении точки подвеса от середины, начиная с 5 см от центра масс, с шагом 5 см к концу стержня. Особенно тщательно измерения проводятся около точки, соответствующей минимальному периоду колебаний. Период колебания маятника находится путем измерения времени t_{40} 40-полных колебаний маятника, а именно: $T_{\text{эксп}} = t_{40} / 40$.

Изменением положения центра масс маятника при движении опорной призмы по стержню пренебрегают ввиду малой массы опорной призмы по сравнению с массой стержня. Проведите необходимые измерения и вычисления, рассматривая маятник в расчетах как тонкий однородный цилиндр и используя соотношение (4). Для каждого случая вычисляется ускорение свободного падения, а в качестве итогового результата берется среднее арифметическое этих значений.

Используя (4), вычислите для экспериментальных значений a и период $T_{\text{теор}}$, постройте теоретическую зависимость $T(a)$ и нанесите на нее точки $T_{\text{эксп}}$ и абсолютные ошибки этих прямых измерений (см. В7 в [4]).

Данные измерений и вычислений t_{40} , $T_{\text{эксп}}$, $T_{\text{теор}}$, a , g внесите в таблицу 1. Вычислите относительные ошибки косвенных измерений g (см. В4 в [4] и пример в работе 1.1) для T_{\max} и T_{\min} и внесите их в таблицу 1.

Таблица 1

№	$a, \text{ м}$	$t_{40}, \text{ с}$	$T_{\text{эксп}}, \text{ с}$	$T_{\text{теор}}, \text{ с}$	$g, \text{ м с}^{-2}$
1					
2					
i					
$T_{\max} = \underline{\quad}, \text{ с}$	$g = \underline{\quad}, \text{ м с}^{-2}$	$\varepsilon_{\text{отн}} = \underline{\quad} \%$			
$T_{\min} = \underline{\quad}, \text{ с}$	$g = \underline{\quad}, \text{ м с}^{-2}$	$\varepsilon_{\text{отн}} = \underline{\quad} \%$			$g_{\text{ср}} = \underline{\quad}, \text{ м с}^{-2}$

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Дайте определение физического маятника и получите выражение для приведенной длины используемого в работе маятника.

2. Покажите, используя (4), что для любой точки (оси) подвеса физического маятника можно найти другую точку с тем же периодом колебаний, называемой сопряженной.

3. Как определить положение центра масс физического маятника, если известно положение сопряженных точек подвеса?
4. Как расположены сопряженные точки у физического маятника, используемого в работе.
5. Почему амплитуда колебаний маятника при измерениях его периода должна быть небольшой?
6. Что является основным источником ошибок при определении g использованным вами методом?
7. Как влияет трение в системе на точность определения g ?
8. Вычислите момент инерции простейших тел: кольца, диска, шара и палочки.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.10¹⁾

ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: определение добротности физического маятника.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. 5, §5.6, гл. 6.

2. Иродов И.Е., Механика. Основные законы (6-е изд., 2003), гл. VI §6.3.

3. Савельев И.В. Курс общей физики в 5 томах, т. 1, Механика (5-е изд., 2011), гл. 8 §8.1–8.6, 8.9.

4. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл. VI §39-41.

5. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: физический маятник, измерительная шкала, осветительная лампа с оптической системой, пластина, секундомер.

ВВЕДЕНИЕ

Свободные колебания реального маятника являются затухающими, так как энергия, сообщенная системе, постепенно расходуется на преодоление сил трения. Закон убывания амплитуды зависит от характера сил трения, действующих на маятник.

В данном эксперименте силу сопротивления и, следовательно, тормозящий момент M_{tp} можно считать пропорциональными скорости, т. е. $M_{tp} = -r_{mp} \frac{d\varphi}{dt}$, где r_{mp} — коэффициент трения, φ — угловое перемещение маятника.

Уравнение движения для малых колебаний маятника имеет в этом случае вид:

$$I_z \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -r_{mp} \frac{d\varphi}{dt} - mgl\varphi$$

или

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad (1)$$

где $\beta = \frac{r_{mp}}{2I_z}$ — коэффициент затухания, $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I_z}}$ — собственная угловая

частота колебаний маятника, m — масса маятника, I_z — момент инерции маятника относительно оси вращения, l — расстояние от центра масс маятника до оси вращения Z .

¹⁾ Подготовлено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

Решение уравнения (1) для случая $\beta^2 < \omega_0^2$ (малое сопротивление среды) имеет вид:

$$\varphi = \varphi_m \cos(\omega t + \gamma), \quad \varphi_m = \varphi_{m_0} e^{-\beta t}, \quad (2)$$

где $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ — угловая частота свободных колебаний, а φ_{m_0} , γ — соответственно начальные амплитуды и фаза колебаний.

Наряду с коэффициентом затухания β при анализе колебательных систем широко используется понятие добротности системы. Добротность характеризует относительную убыль энергии колебаний за период [1]:

$$Q = 2\pi \frac{E}{A_{tp}} = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\omega_1}{2\beta}, \quad (3)$$

где E — полный запас энергии системы, A_{tp} — работа против сил трения за период колебаний, δ — логарифмический декремент затухания. При малых колебаниях с небольшим трением ($\beta \ll \omega_0$) $\omega_1 \approx \omega_0$, и выражение для добротности принимает вид:

$$Q = \frac{\omega_1}{2\beta} \approx \frac{\omega_0}{2\beta}, \quad (4)$$

В работе определяется добротность физического маятника. Как следует из (4), для вычисления добротности необходимо определить коэффициент затухания β и угловую частоту свободных колебаний маятника.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Маятник представляет (рис. 1.10.1) собой стержень с грузом на нижнем конце, подвешенный с помощью двух игольчатых опор на специальном кронштейне. Маятник может совершать колебания в вертикальной плоскости. Зеркальце, расположенное на верхнем конце маятника, отражает падающий на него от осветителя свет (“зайчик”) на шкалу. Перемещения “зайчика” по шкале следуют за колебаниями маятника: расстояние d , на которое смещается “зайчик” по измерительной шкале от нулевого положения равно:

$$d(t) = L \cdot \varphi(t), \quad (5)$$

где L — расстояние от зеркала до шкалы, $\varphi(t)$ — угловое смещение маятника.

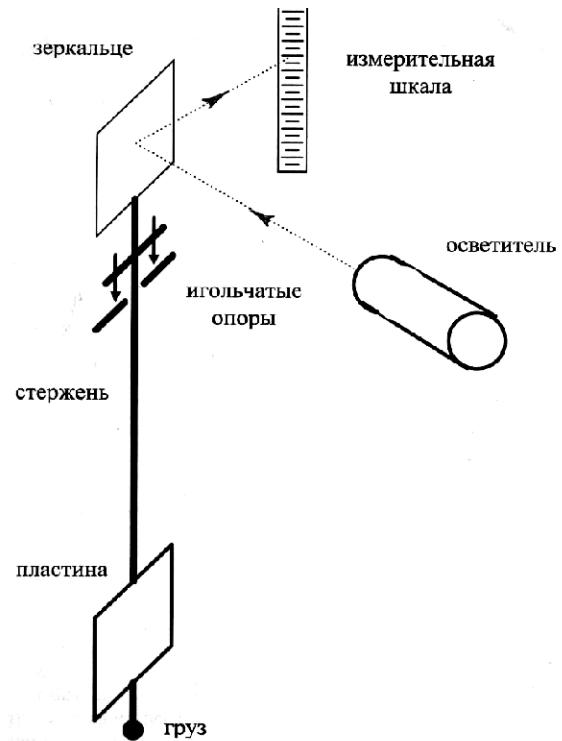


Рис. 1.10.1

Для увеличения затухания к стержню маятника прикрепляется металлическая пластина. Располагая пластину под разными углами по отношению к плоскости колебаний маятника, можно изменить затухание и добротность системы в несколько раз.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение параметров маятника при малом затухании

Сначала определяется угловая частота свободных колебаний маятника с металлической пластиной, повернутой параллельно плоскости колебания маятника, - ω_{11} . Для этого измеряется время $N=20$ полных колебаний маятника. Начальное отклонение “зайчика” рекомендуется выбрать равным 17 делениям шкалы – k_{17} . Угловая частота вычисляется по формуле: $\omega_{11} = 2\pi N/t$, где N – число полных колебаний, t – время N полных колебаний. Результаты трех измерений и вычислений заносятся в таблицу 1.

Таблица 1

N	$t_i, \text{с}$	$T_1, \text{с}$	$\omega_{11}, \text{с}^{-1}$	$\bar{\omega}_{11}, \text{с}$

Коэффициент затухания β_1 определяется из графика зависимости амплитуды колебаний от времени. Измерения проводятся шесть раз при одинаковых начальных условиях. Начальное отклонение маятника составляет 17 делений шкалы. Секундомер включают, когда амплитуда колебаний становится равной 15 делениям шкалы, после чего фиксируют показания секундомера, когда амплитуда принимает значение в первом измерении 13, в последующих: 11, 9, 7 5 и 3 делений шкалы и эти данные заносятся в таблицу 2.

Таблица 2

k_i	15	13	11	9	7	5	3
t_i	0						
k_{15}/k_i							
$\ln(k_{15}/k_i)$							
$\beta_1 = \dots \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_\beta = \dots \%$		$\omega_{01} = \dots \text{с}^{-1}$	$Q_1 = \dots$			

Используя формулу (5) и учитывая конфигурацию установки (рис. 1.10.1), можно показать, что угол φ , расстояние d и деления измерительной шкалы k пропорциональны друг другу: $\varphi_{mi} \sim d_i \sim k_i$. Кроме того, в эксперименте непосредственно измеряются либо фиксируются величины t_i и k_i . Поэтому рекомендуется строить зависимости $\varphi_m(t)$ и $\ln\varphi_m(t)$ в координатах $\{\frac{k_{15}}{k_i}\}$ от времени t и $\ln\{\frac{k_{15}}{k_i}\}$ от времени t (см. В7 в [5]).

Проведите соответствующие вычисления (см. табл. 2) и постройте графики зависимостей $\{\frac{k_{15}}{k_i}\}(t)$ и $\ln[\{\frac{k_{15}}{k_i}\}](t)$ для маятника с малым затуханием. В выбранных координатах в первом случае точки должны располагаться на экспоненте, во втором – вдоль прямой с тангенсом угла наклона, численно равным β_1 . Это является результатом функциональной зависимости амплитуды затухающих колебаний от времени (2).

Вычислите β_1 , ω_{01} и Q_1 . Выведите формулу для вычисления относительной ошибки (см. В4 в [5] и пример в работе 1.1) определения коэффициента затухания ε_β и найдите её. Внесите результаты вычислений в таблицу 2.

Задание 2. Определение характеристик маятника с тормозящей пластиной.

Установите тормозящую пластину на маятник перпендикулярно плоскости качания маятника. Проведите все необходимые измерения, вычисления и построения графиков в последовательности и по методике задания 1. Данные измерений и вычислений внесите в таблицы 3 и 4.

Таблица 3

N	$t_i, \text{с}$	$T_2, \text{с}$	$\omega_{12}, \text{с}^{-1}$	$\bar{\omega}_{12}, \text{с}$

Таблица 4

k_i	15	13	11	9	7	5	3
t_i	0						
k_{15}/k_i							
$\ln(k_{15}/k_i)$							
$B_2 = \underline{\quad} \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_\beta = \underline{\quad} \%$		$\omega_{02} = \underline{\quad} \text{с}^{-1}$		$Q_2 = \underline{\quad}$		

Сравните полученные в двух заданиях значения собственных угловых частот ω_{01} и ω_{02} и объясните полученный результат.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Что называется свободными колебаниями маятника? Как сдвинуты по фазе перемещение и скорость точки при свободных колебаниях?

2. Что такое декремент затухания, логарифмический декремент затухания? Объясните их физический смысл.
3. Дайте определение добротности маятника. Как она связана с коэффициентом затухания?
4. Зависит ли частота собственных колебаний тела от его массы?
5. С какой точностью в каждом эксперименте можно определить собственную частоту колебаний маятника?
6. Укажите положительные стороны и недостатки зеркального метода отсчета, использованного в работе.
7. Можно ли по данным эксперимента проверить линейность зависимости момента сил трения от угловой скорости движения маятника?
8. Объясните, как по результатам построения графиков находят β .
9. Вычислите момент инерции простейших тел: кольца, диска, шара и палочки.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.11¹⁾

ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: экспериментальное изучение движения тела в неинерциальной системе отсчета; исследование амплитудной и фазовой характеристики вынужденных колебаний.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. 8, §10.1-10.3, 11.1-11.5.

2. Савельев И.В. Курс общей физики в 5 томах, т. 1, Механика (5-е изд., 2011), гл. 4, §8.1–8.6, 8.9, 8.11.

3. Иродов И.Е., Механика. Основные законы (6-е изд., 2003), гл. VI, §6.4.

4. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), §63-66.

5. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: экспериментальная установка, секундомер, лупа.

ВВЕДЕНИЕ

В инерциальной системе отсчета вынужденные колебания физического маятника в поле силы тяжести описываются уравнением

$$I_z \frac{d^2\alpha}{dt^2} = M_g + M_r + M_{вын} \quad (1)$$

где α - угол отклонения маятника от положения равновесия, M_g , M_r и $M_{вын}$ - соответственно моменты сил тяжести и трения, а также вынуждающей, действующей на маятник, I_z — момент инерции маятника относительно оси вращения Z.

При малых α ($M_g = -mgl\sin\alpha \approx -mgl\alpha = -k\alpha$) и момент сил трения можно считать пропорциональным угловой скорости маятника ($M_r = -r_{mp} \frac{d\alpha}{dt}$).

Если внешняя (вынуждающая) сила изменяется со временем по гармоническому закону, то уравнение (1) принимает вид:

$$\begin{aligned} I_z \frac{d^2\alpha}{dt^2} &= -k\alpha - r_{mp} \frac{d\alpha}{dt} + M_0 \cos\omega t \\ \text{или} \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2\beta \frac{d\alpha}{dt} + \omega_0^2 \alpha &= \frac{M_0}{I_z} \cos\omega t, \end{aligned} \quad (2)$$

где $k = mgl$ - коэффициент момента силы тяжести, возвращающей маятник в положение равновесия, m , l и g - соответственно масса, расстояние от центра масс маятника до оси подвеса и ускорение свободного падения, r_{mp} - коэффициент трения, $\beta = r_{mp}/(2I_z)$ — коэффициент затухания, $\omega_0 = \sqrt{k/I_z}$ —

¹⁾ Описание исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

угловая частота собственных колебаний маятника, ω угловая частота момента вынуждающей силы, M_0 — амплитуда момента вынуждающей силы.

Движение маятника, описываемое этим уравнением, является сложным. Оно представляет собой сумму вынужденных гармонических колебаний с некоторой угловой амплитудой α_0 и угловой частотой ω и свободных колебаний (с частотой свободных колебаний - $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$), затухающих с течением времени. Однако, после переходного процесса, когда свободные колебания затухнут, маятник начнет колебаться по гармоническому закону (стационарный режим) с некоторым сдвигом по фазе φ по отношению к вынуждающему воздействию:

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t - \varphi), \quad (3)$$

где

$$\alpha_0 = \frac{M_0}{I_z \sqrt{(\omega_0^2 + \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (4)$$

и

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (4a)$$

В настоящей работе изучаются вынужденные колебания физического маятника с подвижной точкой подвеса.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка представляет собой два маятника. Причем один из них (малый), подвешен в некоторой точке E другого (большого). На рис. 1.11.1 схематически изображены оба маятника и их взаимное расположение в произвольный момент времени. Они могут совершать колебательное движение в вертикальной плоскости (плоскости рисунка) относительно горизонтальных осей (перпендикулярны плоскости рисунка), проходящих через точку O для большого маятника и точку E для маленького. Большой маятник, состоящий из стержня AB , вдоль которого могут перемещаться массивные грузы D . Перемещение грузов по стержню позволяет изменять период колебаний

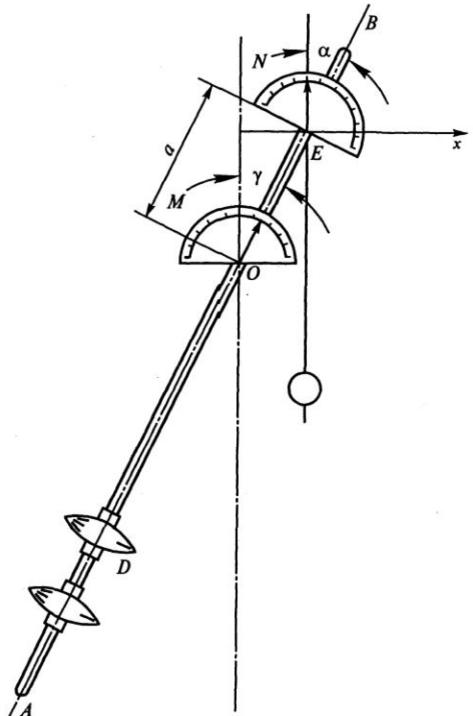


Рис. 1.11.1

большого маятника. Угол отклонения от вертикали γ отсчитывается по шкале M . Угловая амплитуда α , установившихся вынужденных колебаний малого маятника, определяется по шкале N .

Как видно из схемы, малый маятник участвует в двух независимых движениях: поступательном вместе с точкой подвеса (при малых колебаниях большого маятника) и колебательном, что позволяет в дальнейшем рассматривать только колебательное движение, перейдя в систему отсчета, связанную с его точкой подвеса.

Запишем в этой системе уравнение движения малого маятника. При малых колебаниях большого маятника можно считать, что точка подвеса совершает гармонические колебания по прямой X по закону $x = X_0 \cos(\omega t)$, где X_0 - амплитуда смещения точки подвеса, ω - угловая частота колебаний большого маятника. Следовательно, выбранная система отсчета является неинерциальной, так как движется с ускорением $a_{\text{сис}} = -X_0 \omega^2 \cos(\omega t)$. Чтобы в такой системе записать уравнение движения малого маятника, нужно кроме действующих сил тяжести и трения учесть силу инерции $F_{\text{ин}}$:

$$F_{\text{ин}} = -m \frac{d^2 x}{dt^2} = mX_0 \omega^2 \cos \omega t.$$

Эта сила является вынуждающей для колебаний малого маятника и ее максимальный момент относительно центра масс малого маятника - $M_0 = mX_0 l \omega^2$, где l - расстояние от точки подвеса малого маятника до его центра масс.

Таким образом, на малый маятник в процессе его движения действуют три силы: сила тяжести, сила трения (пропорциональная скорости) и гармонически изменяющаяся вынуждающая сила, в результате действия которых маятник начинает раскачиваться, то есть приобретает угловое ускорение.

Следовательно, введя те же обозначения, что и в (2), уравнение колебательного движения малого маятника имеет вид:

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + 2\beta \frac{d\alpha}{dt} + \omega_0^2 \alpha = \frac{M_0}{I_z} \cos \omega t. \quad (5)$$

Амплитуда этих колебаний и разность фаз момента вынуждающей силы и смещения определяются уравнениями (4).

Конструкция экспериментальной установки дает возможность варьировать частоту вынуждающей силы и, следовательно, позволяет получить экспериментальную зависимость $\alpha_0 = \alpha(\omega)$ (амплитудная характеристика маятника).

Фазовая характеристика колебаний малого маятника ($\varphi = \varphi(\omega)$) может быть рассчитана по формуле (4), а коэффициент затухания β и частота собственных колебаний ω_0 определяются экспериментально.

ИЗМЕРЕНИЕ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение частоты и коэффициента затухания собственных колебаний малого маятника.

Значение коэффициента затухания определяется из графика зависимости амплитуды колебания малого маятника от времени. Аналитически эта зависимость выражается формулой:

$$\alpha(t) = \alpha_{m0} e^{-\beta t}. \quad (6)$$

За время релаксации $\tau = 1/\beta$ амплитуда уменьшается в e раз ($e \approx 2,7$), то есть $\alpha_{m\tau} = \alpha_{m0}/e$ или $\alpha_{m\tau}/\alpha_{m0} = 1/e$. Таким образом, зная τ , легко вычислить β .

С другой стороны, из (6) следует, что $\alpha_{m0}/\alpha(t) = e^{\beta t}$. Тогда, взяв натуральный логарифм этого соотношения, получим: $\ln \frac{\alpha_{m0}}{\alpha(t)} = \beta t$, то есть линейную зависимость от времени t . Поэтому коэффициент β нужно находить из графиков, построенных в координатах $\{t, \frac{\alpha_{m0}}{\alpha(t)}\}$ или $\{t, \ln \left[\frac{\alpha_{m0}}{\alpha(t)} \right]\}$ (см. В7 в [5]).

Перед началом измерений рекомендуется повторно ознакомиться с разделами В5 и В6 в [5].

Для определения β малого маятника большой маятник устанавливается в нерабочее положение (плоскости призм опираются на подставку). Измерения проводятся шесть раз при одинаковых начальных условиях. Малому маятнику дается начальное отклонение несколько большее 16 делений шкалы. Секундомер включают, когда амплитуда колебаний становится равной $\alpha_{m0}=15$ делениям шкалы, и его останавливают, когда в первом измерении значение амплитуды станет равным $\alpha_{m1}=13$ делениям шкалы. В дальнейшем секундомер останавливают, когда амплитуда уменьшается соответственно до 11, 9, 7, 5, 3 делений шкалы. Показания секундомера заносятся в таблицу 1. По полученным данным строят график в выбранных координатах и проводят необходимые расчеты.

Для определения угловой частоты свободных колебаний маятника ω_1 измеряют время t десяти полных колебаний маятника и вычисляют период T_1 и частоту ω_1 и заносят их в таблицу 1.

Данные измерений α_{mi} , и t_i и вычислений τ , β , T_1 и ω_1 , а также их относительных ошибок косвенных измерений ε_β и ε_ω [1] занесите в таблицу 1.

Таблица 1

α_{mi} , дел.	15	13	11	9	7	5	3
t_i , с	0						
α_{m0}/α_{mi}							
$N=10, t = \underline{\hspace{2cm}}$ с,		$\alpha_{m0}/\alpha_{m\tau} = e = 2,7$			$\beta = \underline{\hspace{2cm}} \text{с}^{-1}$,		
$T_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ с,		$\omega_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{с}^{-1}$,			$\tau = \underline{\hspace{2cm}}$ с.		
$\varepsilon_\omega = \underline{\hspace{2cm}} \%$				$\varepsilon_\beta = \underline{\hspace{2cm}} \%$			

По результатам измерений вычислите значение собственной угловой частоты малого маятника ω_0 .

Задание 2. Изучение амплитудной характеристики колебаний малого маятника $\alpha_m=\alpha(\omega)$.

Рекомендация: Начинать выполнение задания 2 желательно под наблюдением преподавателя или инженера.

Большой маятник устанавливается в рабочее положение путем поворота его на 90° вокруг оси, проходящей вдоль стержня маятника. Необходимо убедиться, что он установлен в нужной плоскости и лезвие призмы заняло положение в канавке на опорной раме. Предварительно грузы устанавливаются в самом нижнем положении. Большой маятник отклоняют примерно на 6° (такое начальное отклонение сохраняется при всех измерениях) и измеряют период колебания большого маятника (по времени 10 полных колебаний). После установления вынужденных колебаний (1,5 мин - это время надо выдерживать при всех измерениях), измеряют амплитуду вынужденных колебаний малого маятника и записывают в таблицу 2. Затем маятник приводится в нерабочее положение, и оба груза передвигаются на 2 деления вверх. Приводя маятник в рабочее положение, повторяют измерения до тех пор, пока верхний груз не займет крайнее верхнее положение (последнее измерение). Полученные данные представляются в виде графика в координатах (α_m, ω).

Проведите необходимые измерения и постройте график зависимости амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы. Данные измерений t , α_m и вычислений ω внесите в таблицу 2.

Таблица 2

Число колебаний маятника	10									
Положение грузов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ω, c^{-1}										
α_m , дел										
Разность фаз φ , рад										

Задание 3. Изучение фазовой характеристики вынужденных колебаний малого маятника.

Прежде всего, следует убедиться, что при малых частотах смещение малого маятника находится практически в фазе со смещением точки подвеса (в противофазе со смещением нижней части большого маятника). Сдвиг фаз в этом случае близок к нулю.

При больших частотах смещение малого маятника практически находится в противофазе со смещением точки подвеса (в фазе со смещением нижней части большого маятника). Сдвиг фаз при этом близок к $-\pi$. Промежуточные значения вычисляются по формуле (4а), используя результаты предыдущих измерений. Вычисления произведите для семи значений частоты: резонансной и по три на восходящей и нисходящей ветвях амплитудной характеристики.

Произведите необходимые вычисления и нанесите в соответствующем масштабе полученные результаты на график амплитудной характеристики (откладывая по оси ординат величину сдвига фаз).

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Какие колебания называются вынужденными?
2. Выведите формулы для амплитуды и разности фаз между смещением и вынуждающей силой прямолинейных вынужденных колебаний, возбуждаемых силой, меняющейся по гармоническому закону.
3. В чем состоит явление резонанса? Каково его значение в природе и технике?
4. Какую информацию о колебательной системе можно получить из резонансной кривой? Как меняется резонансная кривая при изменении коэффициента затухания?
5. При каких условиях возникает необходимость рассматривать силы инерции?
6. Какова роль силы трения в оси малого маятника (см. рис. 1.11.1, ось в т. E) в его вынужденных колебаниях?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.13¹⁾

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ КАМЕРТОНА МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

Цель работы: исследование явления акустического резонанса и определение частоты колебаний камертона.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), §10.3, гл. 11.

2. Стрелков С.П. Механика. (4-е изд., 2005), гл. XV.

3. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: стеклянная трубка, металлический сосуд, резиновый шланг, два камертона, резиновый молоточек, масштабная линейка.

ВВЕДЕНИЕ

В трубе длиной l , закрытой с одного конца, можно возбудить стоячую звуковую волну с пучностью смещения (и скорости) на открытом конце и узлом этих величин на закрытом (явление акустического резонанса). Длина такой звуковой волны λ_n удовлетворяет условию

$$l = (2n+1)\lambda_n/4, \quad \text{где } n = 0, 1, 2, \dots . \quad (1)$$

Этим длинам волн соответствуют резонансные частоты:

$$v_n = v/\lambda_n = v = (2n+1)/4l, \quad (2)$$

где $v = v_0 \sqrt{\theta/273}$ – скорость звука в условиях эксперимента; $v_0=332$ м/с – скорость звука в воздухе при нормальных условиях; θ – абсолютная температура.

В данной работе явление акустического резонанса положено в основу определения частоты колебаний камертона.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка изображена на рис. 1.12.1. Звуковые волны, возбуждаемые колеблющимся камертоном K , распространяются в воздухе. Стеклянная трубка A соединена резиновым шлангом с сосудом B , заполненным водой. Если уровень воды в трубке таков, что длина воздушного столба удовлетворяет условию (1), то устанавливается стоячая волна с максимумом смещения на открытом конце трубки A . Уровень воды в трубке можно изменять, передвигая сосуд B по вертикальным направляющим.

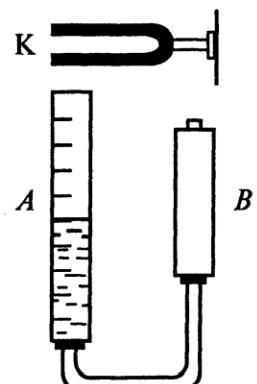


Рис. 1.12.1

¹⁾ Описание дополнено преподавателями КОЭФ Александром В.Н. и Васильевой И.А.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Возбуждая в камертоне (см. рис. 12.1) свободные колебания (с помощью резинового молоточка) и постепенно сначала понижая уровень воды в трубке (начиная с положения, когда уровень почти совпадает с верхним обрезом трубки), а затем повышая его, отмечают положение уровня воды в тот момент, когда наблюдается наиболее громкое звучание (акустический резонанс).

Рекомендуется определить три последовательных положения резонансного уровня, для каждого из которых выполняется условие (1).

Длину звуковой волны в воздухе можно найти из выражения $l_3 - l_2 = \lambda_{\text{рез}} / 2$, где l_2 и l_3 – второй и третий резонансные уровни. Откуда $v_{\text{рез}} = v_{\text{кам}} = v / \lambda_{\text{рез}}$ (v – скорость звука при измеренной температуре θ в аудитории).

Задание. Определение частоты колебаний камертона.

Произведите в соответствии с изложенной выше методикой необходимые измерения с двумя камертонами и вычислите их частоты колебаний. Данные измерений l и θ и вычислений v , λ , $v_{\text{рез}}$ и ε_v (см. В4 в [3]) внесите в таблицу 1.

Таблица 1

№ камертона	l_1 , м	l_2 , м	l_3 , м	θ , К	v , м/с	λ , м	$v_{\text{рез}}$, с^{-1}	ε_v , %
1								
2								

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Напишите уравнение стоячей волны, возникающей при колебаниях воздушного столба в трубке. Узел или пучность смещения приходится на границу вода – воздух?

2. Начертите график смещения точек от времени в стоячей волне в трубе при $n=2$ и укажите на нем положение узлов и пучностей скорости точек, деформации, кинетической и потенциальной энергии.

3. Происходит ли передача энергии в стоячей волне? Аргументируйте свой ответ.

4. Начертите графики смещения, скорости точек и деформации от координаты в стоячей волне в трубе для двух моментов времени, отличающихся на четверть периода колебаний - $T/4$.

5. Как происходит движение отдельных частей камертона после удара по его ножке резиновым молоточком?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.15¹⁾

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ И СКОРОСТИ ЗВУКА В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

Цель работы: исследование явления акустического резонанса и определение скорости звука в твердых телах.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл.11.

2. Стрелков С.П. Механика. (4-е изд., 2005), гл.XV, §144-145.
3. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: прибор Кундта, стеклянная труба, набор стержней, масштабная линейка, пробковые опилки, фланель, канифоль.

ВВЕДЕНИЕ

При переходе акустических колебаний из одной среды в другую частота колебаний сохраняется, но изменяется длина волны, так как скорость звука зависит от упругих свойств среды.

Следствием этого является соотношение $v_1=v_2\lambda_1/\lambda_2$, где λ_1 , λ_2 - длина волн в средах 1 и 2, а v_1 и v_2 – скорости звука в этих средах.

Если второй средой является воздух, то $v_2 = v_0\sqrt{\theta/273K}$, где $v_0=332$ м/с – скорость звука в воздухе при нормальных условиях, θ – абсолютная температура (в кельвинах - K) воздуха в аудитории во время проведения измерений.

Для определения скорости звука в твердом теле используется прибор Кундта, в котором продольные колебания твердого стержня возбуждают акустические волны в столбе воздуха.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Прибор Кундта (рис. 1.14.1) состоит из стержня *B*, один конец которого, снабженный небольшим диском *D*, помещается в открытый конец стеклянной трубы *A*, запаянной с другого конца. Середина стержня закреплена с помощью винта *C*. При возбуждении в стержне продольных колебаний они передаются столбу воздуха.

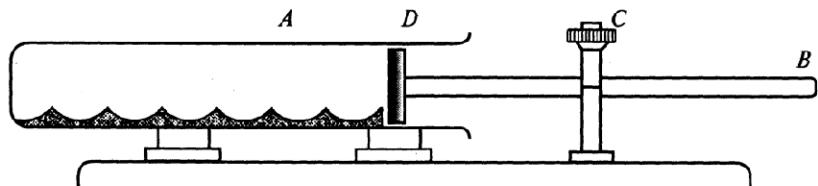


Рис.1.14.1

Изменяя длину воздушного столба (перемещением стержня относительно трубы), можно создать условия, соответствующие акустическому резонансу. В трубе возникает стоячая волна, в результате чего пробковые опилки, первоначально равномерно распределенные по длине

¹⁾ Описание дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

трубы, образуют отчетливую периодическую картину, собираясь в местах, соответствующих узлам смещения. При этом собственная частота колебаний стержня совпадает с собственной частотой колебаний столба воздуха.

Длину звуковой волны в воздухе λ_1 можно определить, измерив расстояние между $2k$ узлами стоячей волны (k – целое число)

Длина волны основного тона стержня длиной l равна $\lambda_2=2l$.

Измерив λ_1 и λ_2 и используя соотношения (1) и (2), находят скорость распространения волны в твердом теле.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Собрав установку, возбуждают продольные колебания в стержне из исследуемого материала. Для этого, плотно обхватив свободный конец стержня фланелевой салфеткой с канифолью, энергично сдвигают салфетку от точки крепления стержня к его концу. Постепенно передвигая стеклянную трубку относительно стержня, добиваются отчетливой картины стоячих волн в трубке.

Задание. Произведите необходимые измерения и вычислите скорость звука сначала в воздухе при температуре в аудитории θ , а затем в латуни, железе и дереве. Данные измерений и вычислений λ_1 , λ_2 , v и относительную ошибку косвенных измерений (см. В4 в [3]) скорости звука v внесите в таблицу 1.

Таблица 1

Материал образца	λ_1 , м	λ_2 , м	θ , К	v , м/с	ε , %
Латунь					
Железо					

Сравните полученные данные с приведенными в справочнике.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Нарисуйте графики смещения, скорости точек и деформации при образовании стоячей волны в стержне для произвольного момента времени. Как изменяются эти графики через промежуток времени, равный $T/4$?

2. Какой из стержней, исследуемых в работе, имеет наибольшую частоту основного тона?

3. Каков механизм возбуждения колебаний в стержне?

4. Почему пробковые опилки собираются в местах, соответствующих узлам смещения?

5. Нужно ли изменять положение стержня (см. рис. 1.14.1) относительно стеклянной трубы A при смене стержня (для получения отчетливой картины стоячей волны)?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.16¹⁾

ГРАДУИРОВКА ЗВУКОВОГО ГЕНЕРАТОРА МЕТОДОМ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

Цель работы: исследование явления интерференции звуковых волн в воздухе и градуировка звукового генератора.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл.11.

2. Стрелков С.П. Механика. (4-е изд., 2005), гл.XV, §141.

3. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), § 73, 74, 85.

4. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: две U-образные трубы, звуковой генератор, динамик, микрофон, электронный осциллограф.

ВВЕДЕНИЕ

Если два когерентных источника гармонических колебаний, создающие в упругой среде бегущие волны, накладывающиеся друг на друга, возбуждают в некоторой точке среды колебания одного направления, то в результате интерференции амплитуда результирующего колебания равна:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} (l_1 - l_2)}, \quad (1)$$

где A_1 и A_2 - амплитуды колебаний в данной точке среды, создаваемые каждым источником в отдельности; l_1 и l_2 - расстояния данной точки от первого и второго источников, соответственно; λ - длина распространяющихся в среде волн (предполагается, что источники синфазны).

Амплитуда колебаний точек, для которых разность хода составляет целое число волн $\Delta=l_1-l_2=n\lambda$, будет максимальной; амплитуда минимальна там, где $\Delta=(2n+1)\lambda/2$ ($n=0,1,2,\dots$). Эти соотношения используются в данной работе для определения частоты и длины звуковой волны в воздухе.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Источником звуковых волн в опыте является динамик (Γ) (рис. 1.15.1), питаемый от звукового генератора ($ЗГ$). Излучаемые динамиком волны распространяются по двум трубам a и b , которые в начале и конце соединяются в общую трубу. Результирующее колебание, возникающее в конце труб, улавливается микрофоном (M). Переменное напряжение с выхода микрофона подводится ко входу Y электронного осциллографа ($Э$). Длину одной из труб a можно менять. Шкала ($Ш$) и указатель ($У$) позволяют измерить увеличение длины трубы a по сравнению с длиной трубы b .

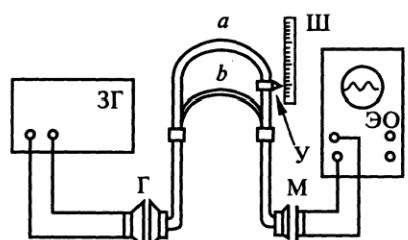


Рис 1.16.1

¹⁾ Описание исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

Звуковые волны, распространяющиеся по трубам *a* и *b* разной длины, соединяющимся в конце, приобретают некоторую разность хода. Изменяя эту разность хода, можно последовательно создавать условия, при которых амплитуда результирующих колебаний и сигнал на осциллографе принимают максимальное и минимальное значения. При этом разность хода, соответствующая двум соседним максимумам или минимумам интерференционной картины равна λ .

Следует иметь в виду, что перемещение подвижной трубы на отрезок *h* означает изменение разности хода на $2h$.

Частоту звуковых волн, а следовательно, и частоту сигнала звукового генератора можно вычислить по формуле: $v = \frac{v_0}{\lambda} = \frac{v_0}{\lambda} \sqrt{\frac{\theta}{273K}}$, где v - скорость звука в воздухе и θ - *абсолютная* температура воздуха в условиях эксперимента; $v_0=332$ м/с - скорость звука в воздухе при нормальных условиях $\theta_0=273$ К.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание. Произвести необходимые измерения для пяти значений частот генератора в интервале 2000–5000 Гц. Данные измерений и вычислений α , *h*, v , λ и относительной ошибки косвенных измерений (см. В4 в [4]) частоты ε_v внесите в таблицу 1 (α - деления шкалы (III)). Для получения возможно более точного значения длины волн в работе рекомендуется определять разность хода, соответствующую условию минимумов.

Таблица 1

α , дел	θ , К	λ , м	v , Гц	ε_v , %

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Какие волны называются когерентными?
2. Каким образом в данной работе создаются когерентные волны?
3. Получите выражение (1).
4. Почему точность измерений длины волны λ при регистрации положений минимумов больше, чем при регистрации положений максимумов?
5. Чем ограничивается точность измерения λ в эксперименте?
6. Опишите принцип действия микрофона и динамика.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.17¹⁾

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА

Цель работы: экспериментальное определение модуля Юнга материала проволоки методом растяжения.

- Литература:*
1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл.6.
 2. Стрелков С.П. Механика. (4-е изд., 2005), §81.
 3. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), §73-75.
 4. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: специальная установка, набор гирь, индикатор удлинения.

ВВЕДЕНИЕ

В области упругих деформаций напряжение, возникающее в деформированном теле, пропорционально относительной деформации. В случае продольной деформации образца цилиндрической формы это соотношение (закон Гука) записывается обычно в следующей форме:

$$\sigma = E \epsilon,$$

где $\sigma = F/S$ - напряжение, $\epsilon = \Delta l/l$ - относительная деформация, E - модуль Юнга материала образца, F – деформирующая сила, l , S - длина и площадь поперечного сечения образца.

Если измерить деформирующую силу и соответствующее ей удлинение образца Δl , то модуль Юнга можно вычислить по формуле:

$$E = \sigma/\epsilon = Fl/(S\Delta l).$$

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

На рис. 1.17.1 дана схема экспериментальной установки. К верхнему кронштейну крепится калиброванная проволока K , модуль упругости материала которой следует определить. На том же кронштейне с помощью нитей M подвешена платформа D с грузами P , перекладывая которые на платформу C , нагружают испытуемую проволоку. Таким образом, верхний кронштейн находится в течение эксперимента под постоянным напряжением и его деформация не вносит ошибок при измерении удлинения испытуемой проволоки. Измерение удлинения образца осуществляется с помощью индикатора B , закрепленного неподвижно на нижнем кронштейне A .

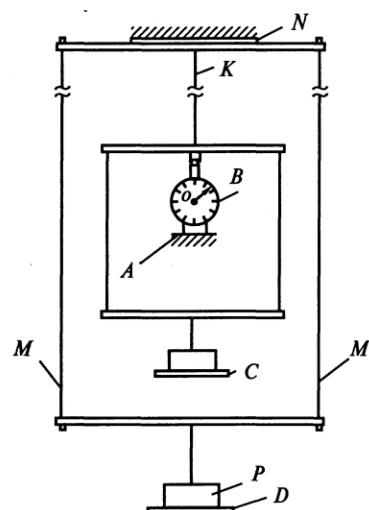


Рис. 1.17.1

¹⁾ Описание дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Проволока нагружается гирей массой 1 кг, после чего на индикаторе поворотом внешнего кольца устанавливается нуль отсчета. Затем поочередно перекладывая гири (массой 0,5 кг каждая) на платформу С, фиксируют удлинение. По полученным данным строят график в координатах $\{\varepsilon, \sigma\}$ и вычисляют модуль Юнга. Длина и диаметр проволоки даны в паспорте работы.

Задание. Произведите измерения удлинений проволоки при четырех значениях деформирующей силы. Рекомендуется выбрать значения деформирующей силы 5, 10, 15 и 20 Н.

Проделайте измерения три раза. Постройте график зависимости напряжения σ от деформации ε , нанеся на него все экспериментальные точки, полученные в трех сериях измерений.

Рассчитайте модуль упругости материала проволоки. Пользуясь справочной таблицей, определите, из чего сделана проволока. Вычислите относительную ошибку косвенных измерений (см. В4 в [4]) модуля Юнга. Данные измерений и вычислений d , S , F , Δl , $\sigma = F/S$, $\varepsilon = \Delta l/l$, $E = \sigma/\varepsilon$ и $\varepsilon_{\text{отн}}$ внесите в таблицу 1.

Таблица 1

$l = \underline{\hspace{2cm}}$ м	$d = \underline{\hspace{2cm}}$ м	$S = \underline{\hspace{2cm}}$ м ²		
$F, \text{Н}$	5	10	15	20
$\sigma, \text{Н}\cdot\text{м}^{-2}$				
$\Delta l \cdot 10^{-5}, \text{м}$				
ε				
$E, \text{Н}\cdot\text{м}^{-2}$				
$\Delta l \cdot 10^{-5}, \text{м}$				
ε				
$E, \text{Н}\cdot\text{м}^{-2}$				
$\Delta l \cdot 10^{-5}, \text{м}$				
ε				
$E, \text{Н}\cdot\text{м}^{-2}$				
$E = \underline{\hspace{2cm}} \text{Н}\cdot\text{м}^{-2}$		Материал проволоки:		
Относительная ошибка: $\varepsilon_{\text{отн}} = \underline{\hspace{2cm}} \%$				

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Какие деформации называются упругими?
2. Объясните устройство измерительной части установки.
3. Как изменяется объем образцов при продольном растяжении или сжатии?
4. Случайная или систематическая ошибка определяет точность проделанного вами эксперимента?
5. Как распределены деформации растяжения или сжатия в одно. родном цилиндрическом теле, если тело неподвижно? движется с ускорением?
6. Как распределены деформации сжатия, создаваемые силой тяжести, в однородном цилиндрическом теле (сила тяжести параллельна оси цилиндра) если: *a*) оно подвешено за верхний конец к неподвижной опоре; *b*) оно стоит на неподвижной опоре?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.18¹⁾

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА

Цель работы: экспериментальное определение модуля сдвига материала проволоки методом кручильных колебаний.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл.6.

2. Стрелков С.П. Механика. (4-е изд., 2005), §84.

3. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), §73-80.

4. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: кручильный маятник, микрометр, линейка, секундомер.

ВВЕДЕНИЕ

При закручивании проволоки в ней возникают деформации сдвига. При малых углах поворота φ эти деформации являются упругими, поэтому момент возвращающих сил пропорционален углу закручивания:

$$M = -k\varphi. \quad (1)$$

Коэффициент k в этом уравнении зависит от упругих свойств вещества проволоки, характеристикой которых в данном случае является модуль сдвига G . По закону Гука можно найти связь между k и G [1]:

$$k = G \frac{\pi r^4}{2l}, \quad (2)$$

где r - радиус проволоки, l - ее длина.

С учетом (2) уравнение (1) принимает вид:

$$M = -G \frac{\pi r^4}{2l} \varphi. \quad (3)$$

Это соотношение указывает на два возможных метода экспериментального определения модуля сдвига:

статический - путем измерения момента внешних сил (численно равного моменту сил упругости) и соответствующего угла закручивания φ исследуемой проволоки;

динамический - путем измерения периода T кручильных свободных колебаний тела, подвешенного на свободном конце проволоки.

В этом случае уравнение движения будет иметь вид: $I\ddot{\varphi} = M$, где I - момент инерции маятника. Следовательно:

¹⁾ Описание дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

$$I\ddot{\varphi} = -G \frac{\pi r^4}{2l} \varphi.$$

Это уравнение описывает гармонические крутильные колебания с периодом:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{G \frac{\pi r^4}{2l}}}, \quad \text{откуда}$$

$$G = \frac{8\pi l}{r^4} \cdot \frac{I}{T^2}. \quad (4)$$

Динамический метод не требует точной аппаратуры для измерения углов и момента сил и находит широкое применение для экспериментального определения модуля сдвига. Именно этот метод и используется в данной работе.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Крутильный маятник (рис.1.18.1) представляет собой стержень 1. При помощи небольшого цилиндра 2 маятник подвешен на проволоке 3, модуль сдвига материала которой определяется в эксперименте. На стержень 2 симметрично надеваются цилиндрические подвижные грузы 4 одинаковых массы m и формы. Различным расположением этих грузов достигается изменение момента инерции маятника относительно оси вращения.

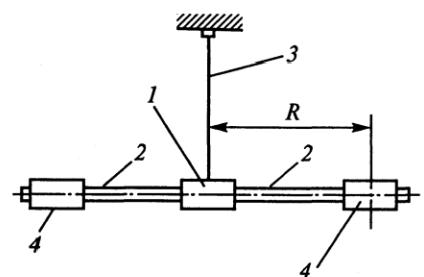


Рис. 1.18.1

Экспериментальное определение модуля сдвига, как видно из уравнения (4), связано с измерениями длины и радиуса испытуемой проволоки, периода колебаний и момента инерции маятника относительно оси вращения.

Первые три величины могут быть измерены непосредственно. Момент инерции определяется следующим образом. Проводятся измерения периода колебаний маятника для двух различных положений грузов на стержне R_1 и R_2 (на первой трети и на концах стержня). Из условия постоянства отношения I/T^2 для данного маятника следует:

$$\frac{I_1 - I_2}{T_1^2 - T_2^2} = \frac{2m(R_1^2 - R_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}, \quad (5)$$

где $I_1 = I_0 + 2I_{ep1}$ – момент инерции прибора относительно оси вращения при положении грузов на расстоянии R_1 ; $I_2 = I_0 + 2I_{ep2}$ – момент инерции прибора относительно оси вращения при положении грузов на расстоянии R_2 ; I_{ep} – момент инерции груза, рассчитываемый по теореме Штейнера:

$$I_{ep1} = I_{ep0} + mR_1^2 \quad \text{или} \quad I_{ep2} = I_{ep0} + mR_2^2.$$

Таким образом, уравнение (4) принимает вид:

$$G = \frac{16\pi m(R_1^2 - R_2^2)l}{(T_1^2 - T_2^2)r^4}. \quad (6)$$

В формуле (6) все величины, стоящие в правой части, могут быть измерены экспериментально.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание. Произведите измерения периода колебаний крутильного маятника при двух различных положениях подвижных грузов и рассчитайте модуль сдвига материала испытуемой проволоки. Рекомендуется для расчета периода T измерять время t , соответствующее 50 колебаниям. Пользуясь справочной таблицей физических величин, определите материал проволоки. Данные измерений m , R_1 , R_2 , t_1 , t_2 , l , r и вычислений T_1 , T_2 , G и относительной ошибки косвенных измерений (см. В4 в [4] и пример в работе 1.1) модуля сдвига $\varepsilon_{\text{отп}}$ внесите в таблицу 1.

Таблица 1

m= _____ ,кг			r= _____ ,м			l= _____ ,м	
R ₁ , м	t ₁ , с	T ₁ , с	R ₂ , м	t ₂ , с	T ₂ , с	G, кг/м с ²	ε _{отп} , %
Материал проволоки: _____							

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Как распределены упругие деформации сдвига по длине проволоки в статическом и динамическом случаях?
2. Какие измерения вносят максимальную погрешность при определении модуля сдвига? Систематическая или случайная ошибка определяет точность эксперимента?
3. Как должны быть расположены грузы на стержне при двух измерениях, чтобы погрешность эксперимента была минимальной?
4. Какие деформации называются упругими?
5. Чем ограничена амплитуда гармонических колебаний крутильного маятника?
6. Выведите формулы (3) и (5).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.20¹⁾

ИЗУЧЕНИЕ СТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО ТРУБЕ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

Цель работы: экспериментальная проверка применимости уравнения Бернулли для случая течения воды по трубе переменного сечения.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), §10.2-10.6.

2. Стрелков С.П. Механика. (4-е изд., 2005), §100-111.

3. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), §94,95.

4. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: трубка Бернулли, секундомер, мерный сосуд.

ВВЕДЕНИЕ

Стационарное течение идеальной жидкости по горизонтальной трубе описывается уравнением Бернулли:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}, \quad (1)$$

где ρ — плотность жидкости; p_1, v_1, p_2, v_2 — давления и скорости жидкости в двух произвольных сечениях трубы S_1 и S_2 . Расход жидкости (т. е. объем жидкости, протекающей через любое сечение трубы в единицу времени) рассчитывается по формуле:

$$Q = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\left(\frac{1}{S_1^2} - \frac{1}{S_2^2}\right)\rho}} = S_1 S_2 \sqrt{\frac{2g\Delta h}{S_2^2 - S_1^2}}. \quad (2)$$

В данной работе изучается движение воды по горизонтальной трубе переменного сечения. В стационарном режиме при малых скоростях течения воды можно сделать допущение, что весь поток жидкости представляет единую трубку тока. Вода не является идеальной жидкостью, и поэтому экспериментально найденная зависимость расхода воды от перепада давлений ($\Delta p = p_2 - p_1$) будет отличаться от теоретической, заданной уравнением (2). Относительная величина этого отклонения с учетом погрешностей эксперимента позволяет судить о возможности применения уравнения Бернулли к решению конкретных задач с заданным значением допустимых ошибок.

¹⁾ Описание дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Трубка переменного сечения, используемая в работе, изображена на рис. 1.20.1. Один конец трубки соединен резиновым шлангом с водопроводным краном. Протекающая через трубку вода с помощью другого шланга отводится в раковину или в мерный сосуд. В узком S_2 и широком S_1 сечениях горизонтальной трубы впаяны вертикальные трубы. Разность уровней воды в них при стационарном потоке воды показывает разность давлений воды на стенки горизонтальной трубы в данных сечениях. Верхние концы впаянных трубок соединены вместе резиновым шлангом, который опускается в раковину. Это предотвращает бесконтрольный выброс воды через трубы при слишком большой разности давлений Δp . Скорость течения воды регулируется краном. Расход воды определяется с помощью мерного сосуда.

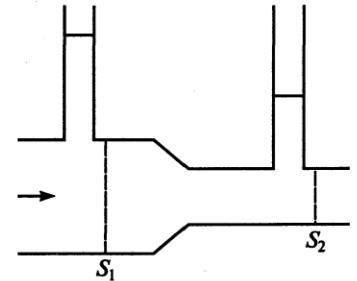


Рис. 1.20.1

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Экспериментальная установка позволяет производить измерение расхода воды для заданной разности давления $\Delta p = p_2 - p_1$ между двумя фиксированными сечениями трубы. Расход воды определяется из измерений объема воды V , заполняющей мерный сосуд за время Δt .

Задание. Произведите измерения Q для пяти значений Δp через каждые 20 мм водяного столба (мм в.с.), начиная с $\Delta p = 20$ мм водяного столба. Следует выполнить не менее трех серий таких измерений. По полученным данным постройте график зависимости $Q_{\text{эксп}} = f(\Delta p)$ в координатах $\{lg(\Delta p), lg(Q_{\text{эксп}})\}$, то есть в двойном логарифмическом масштабе (см. В7 в [4]). На тот же график нанесите теоретическую зависимость, полученную по формуле (2), не забыв при вычислениях перевести [мм в.с.] в [Па]. Оцените случайную ошибку измерений. Данные измерений V , Δt , Δp , V_{cp} , Δt_{cp} и вычислений $Q_{\text{эксп}}$, $Q_{\text{теор}}$ и относительной ошибки косвенных измерений (см. В4 в [4] и пример в работе 1.1) расхода жидкости $\varepsilon_{\text{отн}}$ внесите в таблицу 1 и таблицу 2 для экспериментальных и расчетных данных, соответственно.

Таблица 1

№ эксп.	Δp , мм в.с.	Δt , с			Δt_{cp} , с	$V, \times 10^{-3} \text{ м}^3$			$V_{cp}, \times 10^{-3} \text{ м}^3$

Таблица 2

№ эксп	$Q_{\text{эксп}} \times 10^{-3} \text{ м}^3 \text{с}^{-1}$	$Q_{\text{теор}} \times 10^{-3} \text{ м}^3 \text{с}^{-1}$	$\frac{Q_{\text{теор}} - Q_{\text{эксп}}}{Q_{\text{теор}}} \cdot \%$	$\varepsilon_{\text{отн.}} \%$

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Объясните различие между теоретической и полученной вами экспериментальной зависимостью $Q = f(\Delta p)$.
2. Изменятся ли результаты эксперимента, если изменить направление течения?
3. Как измеряются статическое и динамическое давления?
4. Чем определяется случайная ошибка эксперимента? Как повысить точность измерений?
5. Выведите формулы (1) и (2).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.22¹⁾

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА.

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента вязкости глицерина.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), §10.2-10.6.

2. Стрелков С.П. Механика. (4-е изд., 2005), §100-111.

3. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), §94,95.

4. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: цилиндрический сосуд с глицерином, свинцовые шарики, линейка, микрометр, секундомер.

ВВЕДЕНИЕ

Зависимость скорости движения шарика в вязкой среде от времени описывается выражением

$$v = \frac{2}{9} \frac{g(\rho - \rho_{ж})r^2}{\eta} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad (1)$$

где ρ , $\rho_{ж}$ - плотности шарика и жидкости, r - радиус шарика, g - ускорение свободного падения, η - коэффициент вязкости жидкости, $\tau = \frac{2}{9} \rho \frac{r^2}{\eta}$ - время

установления движения. При $t \rightarrow \infty$ (а фактически, когда $t > \tau$) движение становится равномерным. Эта формула справедлива при определенных условиях, когда движение жидкости относительно шарика можно считать ламинарным и сила трения описывается формулой Стокса: $\vec{F} = -6\pi\eta r\vec{v}$. Движение можно считать ламинарным, если число Рейнольдса $Re = \rho_{ж}vr/\eta < 300$ или $Re > 10^4$ (для воды).

В методе Стокса коэффициент вязкости жидкости определяется из измерений размера шарика и значения установившейся скорости движения $v_{уст}$.

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{g(\rho - \rho_{ж})r^2}{v_{уст}}. \quad (2)$$

В случае равномерного движения шарика в жидкости число Рейнольдса $Re_{kp} = 0,5$.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема установки показана на рис. 1.22.1. Вязкая жидкость (глицерин) налита в цилиндрический сосуд с нанесенными на внешней стороне краской рисками-кольцами,

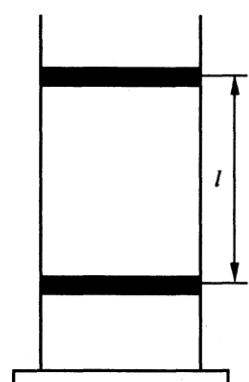


Рис.1.22.1

¹⁾ Описание дополнено преподавателями КОЭФ Александром В.Н. и Васильевой И.А.

расстояние между которыми измеряют линейкой. Первая риска должна быть нанесена в том месте сосуда, где движение шарика уже устоявшееся и скорость движения не меняется. В качестве шарика используется свинцовая дробь. Время прохождения дробинкой этого расстояния отсчитывается по секундомеру. Радиус шарика измеряют с помощью микрометра. Чтобы при погружении дробинки в жидкость к ней не прилипали пузырьки воздуха, дробинку предварительно следует смочить глицерином.

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание . Определение коэффициента вязкости жидкости.

Измерьте скорость движения шарика. Проведите 5 опытов, записав в таблицу 1: t , l , v_0 , r . Рассчитайте значение η в каждом опыте. Определите среднее значение η и максимальное значение $\Delta\eta$. Значения ρ и $\rho_{\text{ж}}$ возьмите из таблиц. Рассчитайте числа Рейнольдса для двух опытов. Рассчитайте время установления скорости равномерного движения τ для двух опытов. Данные измерений и вычислений внесите в таблицу 1.

Таблица 1

r , м	t , с	l , м	τ , с	v_0 , м/с	η , Па с	$\Delta\eta$, Па с	Re
$\rho =$ _____ кг/м ³	$\rho_{\text{ж}} =$ _____ кг/м ³	$\eta_{\text{ср}} =$ _____ Па с	$\Delta\eta_{\text{max}} =$ _____ Па с				

Вычислите и запишите в тетради относительную ошибку косвенных измерений (см. В4 в [4] и пример в работе 1.1) коэффициента вязкости жидкости.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Запишите уравнение движения шарика в вязкой жидкости. Найдите его решение.
2. Объясните физический смысл числа Рейнольдса.
3. Как изменится характер движения шарика, в условиях, когда $300 < Re < 10^4$.
4. Запишите уравнение движения шарика, брошенного вверх с начальной скоростью v_0 , если движение происходит в вязкой жидкости. Найдите его решение.
5. Почему отсчет времени движения шарика ведется не от поверхности жидкости, а от некоторой глубины (обозначенной первым кольцом)? Как оценить эту глубину?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.5¹⁾

ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ВЕЛОСИПЕДНОГО КОЛЕСА

Цель работы: экспериментальное определение момента инерции велосипедного колеса методами вращения и колебаний.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика (2001), гл. 5, § 5.1 – 5.4, гл. X, § 10.1.

2. Савельев И.В. Курс общей физики в 5 томах, т. 1, Механика (5-е изд., 2011), гл. 5, § 5.1–5.4, гл. 8, § 8.1 – 8.5.

3. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл. V, § 30–36, гл. VI §39, 41.

4. Введение в физический практикум.

Приборы и принадлежности: велосипедное колесо со шкивом и гнездами, набор гирь, металлический шарик, секундомер, линейка, штангенциркуль.

ВВЕДЕНИЕ

В работе момент инерции тела (велосипедного колеса) определяется двумя методами: методом вращения и методом колебаний.

В первом случае центр масс тела лежит на оси вращения. Колесо приводится во вращение силой натяжения нити, к свободному концу которой подведен груз m (рис. 1.5.1). Из уравнения динамики вращательного движения тела относительно неподвижной оси Z следует, что $I_e \varepsilon = M_z$, и можно вычислить момент инерции колеса I_e , если известны угловое ускорение ε и момент силы натяжения нити M_z . Эти величины можно определить из измерений пути h , пройденного грузом m , за время t .

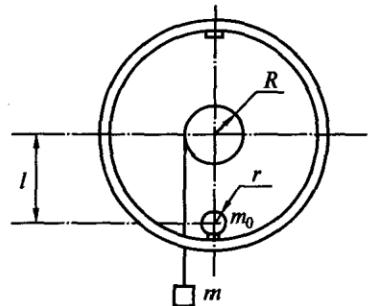


Рис. 1.5.1

$$I_e = \frac{M_z}{\varepsilon} mR^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right), \quad (1)$$

где $\varepsilon = 2h/Rt^2$.

Формула (1) выведена без учета сил трения. В работе предлагается учесть возникающие при вращении колеса силы трения. Для этого необходимо измерить максимальную массу подвешенного на нити груза Δm , при которой колесо еще не вращается. Так как в условиях равновесия $\Delta mgR = M_{tr}$, то расчетная формула с учетом сил трения на оси колеса принимает вид:

$$I_e = (m - \Delta m)R^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - \frac{m}{m - \Delta m} \right). \quad (2)$$

Во втором случае положение центра масс тела необходимо сместить ниже оси вращения. В этом случае колесо представляет собой физический

¹⁾ Описание исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

маятник. При отклонении его от положения равновесия на малый угол маятник приходит в колебательное движение с периодом, зависящим от его момента инерции относительно закрепленной оси:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_c}{m_u g l}}, \quad (3)$$

где m_u – масса маятника и l – расстояние от точки приложения возвращающей силы до оси вращения, I_c – момент инерции системы «колесо + шарик» относительно оси вращения (качаний).

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка представляет собой велосипедное колесо, способное вращаться вокруг горизонтальной оси (см. рис. 1.5.1). На шкив колеса намотана нить. К свободному концу нити прикреплена чашечка, в которую вкладывают различные грузы. Измерения времени движения груза производятся с помощью секундомера. Расстояние h , которое проходит груз m определяется линейкой.

На внутренней стороне обода колеса симметрично по диаметру имеются два одинаковых небольших гнезда. Помещая в одно из них металлический шарик массой m_u , мы получаем физический маятник, способный колебаться вокруг оси колеса.

Физическим маятником называется твердое тело, которое может качаться вокруг неподвижной горизонтальной оси. В этом случае положение тела в каждый момент времени можно характеризовать углом его отклонения α от положения равновесия (вертикали – см. рис. 1.5.1). Тогда в соответствии с уравнением динамики вращательного движения твердого тела момент M возвращающей силы относительно оси колеса можно записать в виде:

$$M = I_c \ddot{\alpha} = I_c \ddot{\alpha} = F_t l = -m_u g l \sin \alpha \approx -m_u g l \alpha,$$

где I_c - момент инерции системы «колесо + шарик» относительно оси колеса, l - расстояние между точкой подвеса и точкой приложения возвращающей силы, F_t - проекция последней на касательную к ободу колеса. В нашем случае точка приложения возвращающей силы совпадает с центром масс шарика. Тогда момент возвращающей силы равен:

$$M = F_t l = -m_u g l \sin \alpha \approx -m_u g l \alpha.$$

Здесь знак минус обусловлен тем, что момент M препятствует увеличению угла α . Это выражение можно записать в виде:

$$I_c \ddot{\alpha} + m_u g l \alpha = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{\alpha} + \frac{m_u g l}{I_c} \alpha = 0.$$

Введя обозначение: $\omega_0 = \sqrt{\frac{m_u g l}{I_c}}$, получим уравнение:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0,$$

решение которого известно из кинематики колебательного движения:

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Из последнего выражения следует, что при малых колебаниях физический маятник совершает гармонические колебания с циклической

частотой ω_0 и периодом: $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I_c}{m_u gl}}.$

В этом случае момент инерции маятника I_c складывается из момента инерции самого колеса I_e и момента инерции шарика I_{uu} относительно оси, проходящей через ось вращения колеса. Используя теорему Штейнера легко показать, что:

$$I_{uu} = 0.4m_u r^2 + m_u l^2,$$

где r — радиус шарика и l — расстояние от центра масс шарика до оси вращения.

Выражение (3) в этом случае преобразуется к виду:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{uu} + I_c}{m_u gl}}, \quad (4)$$

откуда

$$I_c = \frac{T^2}{4\pi^2} m_u gl - I_{uu}. \quad (5)$$

Для определения I_c измеряются период колебания маятника T (с помощью секундомера), масса шарика m_u (на электронных весах), радиус шарика r (штангенциркулем) и расстояние l (линейкой).

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Определение момента инерции колеса методом вращения.

Проведите измерение Δm в присутствии инженера.

Измерьте штангенциркулем диаметр шкива в разных местах (не менее трех раз) и найдите среднее значение радиуса шкива R . Взвесьте грузы (не менее двух: m_1 и m_2) и контейнер для грузов (m_k) и прикрепите последний к концу нити.

Вращением колеса поднимите контейнер с грузом суммарной массой m_i на заранее отмеренную высоту от пола ($h = 1 \div 1,5$ м) и, отпустив колесо, измерьте время движения груза t (с помощью секундомера) не менее трех раз и вычислите среднее время t_i . Измерения повторите, изменив массу m_i (m_1+m_k , m_2+m_k и $m_1+m_2+m_k$). Данные измерений t_i , h , m_i , Δm , R и вычисления $I_{e cp}$ и относительной ошибки $\varepsilon_{отн}$ (см. В4 в [4] и пример в работе 1.1) измерения I_e внесите в таблицу 1.

Таблица 1

№	$R, \text{ м}$	$m_i, \text{ кг}$	$\Delta m, \text{ кг}$	$h, \text{ м}$	$t_i, \text{ с}$	$I_e, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$	$I_{e cp}, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$	$\varepsilon_{отн}, \%$
1								
2								
3								

Задание 2. Определение момента инерции колеса методом колебаний.

Снимите груз m с нити. Возьмите металлический шарик, определите с помощью весов его массу m_{uu} и с помощью штангенциркуля его радиус r_{uu} .

Положите шарик в одно из гнезд велосипедного колеса и определите с помощью линейки расстояние l от центра шарика до оси колеса.

Выполните систему «велосипедное колесо и шарик» из положения равновесия, повернув на небольшой угол, и измерьте секундомером время 20 полных колебаний t . Определив период колебаний физического маятника T , рассчитайте момент инерции велосипедного колеса I_e .

Данные измерений m_{uu} , t , r_{uu} , l и вычислений T , I_c , I_{uu} , I_e и относительной ошибки $\varepsilon_{отн}$ (см. [4] и пример в работе 1.1) внесите в таблицу 2.

Таблица 2

M_c , кг	r_{uu} , м	l , м	t , с	T , с	I_c , кг·м ²	I_{uu} , кг·м ²	I_e , кг·м ²	$\varepsilon_{отн}$, %

Сравните значения I_e , полученные двумя методами. Сравните относительные погрешности определения I_e методом колебаний и методом вращения. Объясните полученные результаты.

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Дайте определения момента силы, момента импульса и момента инерции твердого тела относительно неподвижной оси.
2. Сформулируйте основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела.
3. Выполните формулу для расчета момента инерции велосипедного колеса методом вращения (1).
4. Выполните формулу для расчета момента инерции велосипедного колеса методом колебаний (5).
5. От чего зависит момент инерции твердого тела. Приведите примеры расчета моментов инерции простейших тел: кольца, диска, шара и палочки.
6. При каких условиях можно считать колебания системы «велосипедное колесо + шарик» гармоническими.
7. Выполните формулы для оценки относительной и абсолютной погрешностей определения I_e методом вращения и методом колебания.
8. С какой точностью необходимо взять из таблицы значения π и g при определении I_e методом колебаний и методом вращения?
9. Какой из двух используемых методов (вращения или колебания) дает меньшую погрешность при определении I_e ?
10. Случайная или систематическая ошибка определяет точности измерения I_e в выполненных вами экспериментах?
11. Найдите скорость груза и угловую скорость вращения колеса через время t после начала движения. Получите ответ, исходя из законов динамики и исходя из закона сохранения энергии.
12. Как влияет сила трения на оси колеса на результаты измерения?
13. В каком из двух используемых методов определения I_e можно найти момент силы трения на оси колеса? Как это экспериментально сделать?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.6¹⁾

ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Цель работы: экспериментальное изучение вращательного движения твердого тела с помощью прибора Обербека.

Литература: 1. Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н. Курс общей физики. Механика» (2001), гл. 5.

2. Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5-ти томах, т. 1, Механика (4-е изд., 2005), гл. V, § 30 – 36, гл. VII §44 - 48.

3. Введение в лабораторный практикум.

Приборы и принадлежности: прибор Обербека, секундомер, штангенциркуль, набор гирь, линейка.

ВВЕДЕНИЕ

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси описывается уравнением:

$$I_z \varepsilon = M_z, \quad (1)$$

где I_z - момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси Z, M_z - проекция момента внешних сил на ту же ось, ε - угловое ускорение.

В дальнейшем индекс «z» можно опустить, так как и момент инерции и момент сил рассматриваются относительно оси вращения прибора.

Экспериментальную проверку уравнения (1) можно провести, исследуя зависимость $\varepsilon(M)$ при постоянном I или зависимость $\varepsilon(I)$ при постоянном M .

Если цилиндр радиуса R вращается под действием силы натяжения намотанной на него нити с грузом, опускающимся в поле тяжести, то значение M можно вычислить из измерений высоты h , пройденного грузом m за время движения t как: $M = m(g - a)R$; где $a = 2h/t^2 = \varepsilon R$, откуда

$$M = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right)R \quad \text{и} \quad \varepsilon = \frac{2h}{Rt^2}. \quad (2)$$

Выражение (2) получено без учета сил трения в оси прибора. При учете сил трения (см. работу 1.5):

$$M = (m - \Delta m)R\left(g - \frac{2h}{t^2} \cdot \frac{m}{m - \Delta m}\right), \quad (3)$$

где Δm - масса груза, при котором начинается движение системы.

Опытная проверка основного уравнения динамики вращательного движения твердого тела может быть выполнена на приборе Обербека.

¹⁾ Описание исправлено и дополнено преподавателями КОЭФ Александровым В.Н. и Васильевой И.А.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Прибор Обербека (рис. 1.6.1) представляет собой крестовину, укрепленную на двойном шкиве. Ось шкива установлена горизонтально и закреплена в подшипниках. Крестовина вращается под действием силы натяжения нити, намотанной на шкив. Изменение момента силы натяжения производится либо с помощью грузов различной массы m , прикрепляемых к свободному концу нити, либо изменением радиуса шкива, на который наматывается нить. Изменение момента инерции прибора достигается передвижением четырех малых тел одинаковой массы m_0 по направляющим крестовины на расстояние l от оси прибора.

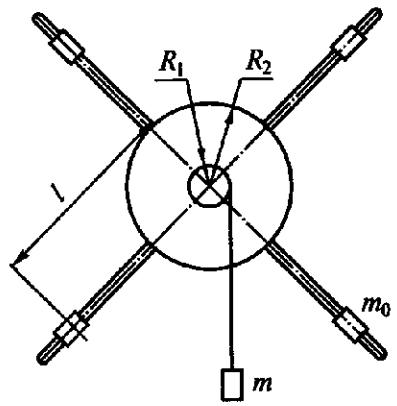


Рис. 1.6.1

Экспериментальную проверку уравнения (1) можно провести двумя способами:

1. При неизменном моменте инерции должно сохраняться соотношение:

$$I = \frac{M_1}{\varepsilon_1} = \frac{M_2}{\varepsilon_2} = \dots . \quad (4)$$

2. При постоянной массе груза, подвешенного к нити и неизменном радиусе шкива, должно выполняться соотношение:

$$I_2 - I_1 = 4m_0(l_2^2 - l_1^2), \quad (5)$$

где m_0 – масса каждого из цилиндров на крестовине l_1 и l_2 – расстояния от центров цилиндров до оси вращения в первом и втором случаях, соответственно. Расстояние h , которое проходит груз m во всех опытах одно и то же.

Уравнение (5) легко получить, используя (2) и выражение момента инерции прибора в виде: $I = I_0 + 4I_{\text{чил}}$,

где I_0 – момент инерции прибора без грузиков-цилиндров, $I_{\text{чил}}$ – момент инерции грузика-цилиндра, рассчитываемый по теореме Штейнера: $I_{\text{чил}} = I_{0_{\text{чил}}} + m_0 l^2$, где $I_{0_{\text{чил}}}$ – момент инерции грузика-цилиндра относительно оси, проходящей через его центр масс и параллельной оси прибора Z .

ИЗМЕРЕНИЯ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Задание 1. Исследование зависимости $\varepsilon(M)$.

В этом задании грузики-цилиндры с крестовиной необходимо снять. Измерьте штангельциркулем радиусы шкивов R_1 и R_2 (не менее трех раз в разных местах каждого шкива), линейкой выбранную высоту h от пола (около 1м), на весах массы двух грузов (m_1 и m_2) и контейнера для грузов (m_k) и запишите их значения в тетради. Затем определите в присутствии инженера значения Δm_1 и Δm_2 (см. условие (3)) для шкивов R_1 и R_2 , соответственно.

Прикрепите к концу нити контейнер для грузов. Проведите измерения времени движения грузов t для трех значений массы грузов ($m = m_1 + m_k$; $m_2 + m_k$; $m_1 + m_2 + m_k$), подвешиваемых к нити, намотанной сначала на шкив радиуса R_1 , а затем радиуса R_2 . Измерения времени t проводятся с помощью секундомера от момента начала движения груза до момента удара его о пол не менее трех раз для каждого значения массы контейнера с грузом и радиуса шкива - t_i , затем вычисляются их средние значения t_{cp} . Каждый результат измерений и вычислений записывается в тетради.

Рассчитайте значения ε и M , постройте график зависимости $\varepsilon(M)$ и определите из графика значение I , используя соотношение (4). Оцените приборную, случайную и относительную ошибки измерений I . Значения t_i , t_{cp} , h , R_1 , R_2 , m , Δm , M , ε , I_1 , I_2 и относительные ошибки измерений $\varepsilon_{\text{отн}}$ (см. В4 в [3] и пример в работе 1.1) внесите в таблицу 1.

Таблица 1

№ изме- рения	$R_1 = \underline{\quad}$ м, $\Delta m_1 = \underline{\quad}$ кг, $h = \underline{\quad}$ м.					$R_2 = \underline{\quad}$ м, $\Delta m_2 = \underline{\quad}$ кг, $h = \underline{\quad}$ м.				
	m , кг	t_i , с	t_{cp} , с	M , Н м	ε , с^{-2}	m , кг	t_i , с	t_{cp} , с	M , Н м	ε , с^{-2}
1										
2										
3										
$I_1 = \underline{\quad}$ кг м 2 , $\varepsilon_{\text{отн}} = \underline{\quad}$ %.					$I_2 = \underline{\quad}$ кг м 2 , $\varepsilon_{\text{отн}} = \underline{\quad}$ %.					

Задание 2. Исследование зависимости I от распределения масс относительно оси вращения.

Установите тела массой m_0 на расстояние l_1 , близкое к длине крестовины и измерьте его линейкой, убедившись, прибор сбалансирован (грузы расположены симметрично). Затем выберете значения m , R и h , запишите их в тетради и при этих условиях проведите не менее трех измерений времен движения грузов t . Запишите эти значения времен в тетради и вычислите среднее время движения t_{1cp} , которое будете использовать в расчетах. Повторите измерения для l_2 , равного примерно одной трети l_1 .

Используя формулу (3), из экспериментальных данных рассчитайте значения моментов инерции прибора I_1 и I_2 , соответствующих положениям

тел массой m_0 на расстояниях l_1 и l_2 . Сравните разность этих значений $\Delta I_{эксп} = I_1 - I_2$ с теоретическим значением (5) $\Delta I_{теор} = 4m_0(l_1 - l_2)$. Вычислите относительные ошибки измерения I_1 и I_2 .

Значения h , t_{1cp} , t_{2cp} , l_1 , l_2 , Δm , m_0 , R , I_1 , I_2 , $\Delta I_{эксп}$ и $\Delta I_{теор}$ внесите в таблицу 2.

Таблица 2.

Постоянные величины:				
$R = \underline{\hspace{2cm}}$ м	$h = \underline{\hspace{2cm}}$ м	$m = \underline{\hspace{2cm}}$ кг	$\Delta m = \underline{\hspace{2cm}}$ кг	$m_0 = \underline{\hspace{2cm}}$ кг
$l_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ м	$t_{1cp} = \underline{\hspace{2cm}}$ с	$I_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ кг м ²	$\varepsilon_{отн} = \underline{\hspace{2cm}}\%$	$\Delta I_{эксп} = \underline{\hspace{2cm}}$ кг м ²
$l_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ м	$t_{2cp} = \underline{\hspace{2cm}}$ с	$I_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ кг м ²	$\varepsilon_{отн} = \underline{\hspace{2cm}}\%$	$\Delta I_{теор} = \underline{\hspace{2cm}}$ кг м ²

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Выведите выражения (1) – (5).
2. Почему при выполнении эксперимента грузы на крестовине должны располагаться симметрично относительно оси вращения?
3. Случайной или систематической ошибкой определяется точность измерения I в эксперименте?
4. С какой точностью необходимо брать значения g из таблиц при расчете I ?
5. Получите формулу момента инерции крестовины с грузами.
6. Найдите скорость груза и угловую скорость вращения крестовины через время t после начала движения. Получите ответ, исходя из уравнения динамики и исходя из закона сохранения энергии.
7. Куда направлены векторы угловой скорости и углового ускорения при вращении прибора Обербека под действием спускающего груза?
8. Как рассчитать ускорение грузов машины Атвуда, если ее блок считать диском массы m_d и радиусом r ?
9. Как рассчитать силу натяжения нити, к которой подвешен груз m в приборе Обербека, при ускоренном движении груза?
10. Докажите, что линейное ускорение a груза m и угловое ускорение ε крестовины прибора Обербека связаны соотношением $a = \varepsilon r$.
11. Как экспериментально определить момент инерции цилиндров m_0 в приборе Обербека?
12. При каких допущениях вами получены соотношения для $\Delta I_{эксп}$ и $\Delta I_{теор}$?
13. Вычислите относительную ошибку $\varepsilon_{отн}$ (см. В4 в [3] и пример в работе 1.1) косвенных измерений I_1 и I_2 в задании 2.
14. Вычислите моменты инерции простейших тел: кольца, диска, шара и палочки.

График выполнения работ в лаборатории «Механика»

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
Вводное занятие	Вводная работа - 1.1																	
1		2	4		3	6			20 22	17 18			9	10		13 16		
2		2	4		3	6			20 22	17 18			9	10		13 16		
3		4		2	3		6		17 18		20 22	10		9	13 16			
4		4		2	3		6		17 18		20 22	10		9	13 16			
5		2	4		3	6			20 22	17 18			9	11		15		
6		2	4		3	6			20 22	17 18			9	11		15		
7		8	4			3	5			20 22	17 18			9	10		13 16	
8		8	4			3	5			20 22	17 18			9	10		13 16	
9		4		8	3		5		17 18		20 22	10		9	13 16			
10		4		8	3		5		17 18		20 22	10		9	13 16			
11		8	4			3	5		20 22	17 18			9	11		15		
12		8	4			3	5			20 22	17 18			9	11		15	

Примечание: 1) 2-я строчка таблицы под номером недели предназначена для даты проведения занятия.

2) Ведущие занятия преподаватели могут вносить изменения в настоящий график, учитывая количественный состав подгрупп и другие обстоятельства для улучшения организации учебного процесса.